

包絡線の歪みを考慮したパルス・パラメトリック信号の一計算法

馬場 秀和(舞鶴高専) 渡辺 好章(同志社大・工)

1. はじめに

バースト状包絡信号によって振幅変調された有限振幅音波である1次波を放射すると、1次波の包絡線を二乗した後、時間で二階微分した形のパルス・パラメトリック信号波形が生成される。この信号波形を与える仮想音源は主として1次波の近距離音場内で生成されるとともに、1次波の波形歪みによる包絡線変化の影響を受けることが考えられる。

本報告はBlackstock¹⁾による波形歪みの考え方を近距離音場に適用して、近距離音場内での非線形吸収による包絡線変化を考慮したパルス・パラメトリック信号波形の計算方法を述べ、実験結果と比較検討したものである。

2. 近距離音場内での衝撃波面形成距離の求め方

非線形偏微分方程式は、Kozunethovにより

$$\frac{2}{c_0} \frac{\partial^2 P}{\partial Z \partial t} - \nabla_{\perp}^2 P = \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 P^2}{\partial t^2} \quad (1)$$

で与えられる。

$$\nabla_{\perp}^2 = \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} \left(Y \frac{\partial}{\partial Y} \right)$$

$Z = z/r_0$, $Y = x/a$ (z : 音軸方向観測距離,
 x : 音軸に垂直方向の観測距離, a : 音源半径,
 r_0 : レーレ長)

ここで上式の P を次式のようにおく

$$P(Y, Z) = P_0'(Y, Z) \exp\left(-\frac{A}{\Gamma} Z\right) \sin \phi \quad (2)$$

$$\phi = \omega t + \sigma(Y, Z) \sin \phi$$

$P_0'(Y, Z)$ は、線形な音圧で、

$$\frac{A}{\Gamma} = \alpha r_0 \quad (\alpha: \text{一次波線形吸収係数})$$

である。

ここで近距離音場内では音波は音軸に平行に伝搬するとして

$$\frac{\partial \sigma}{\partial Y} = 0$$

とおき(2)式を(1)式に代入して計算すると

$P_0'(Y, Z)$ は線形な音場で

$$\left(\frac{2}{c_0} \frac{\partial^2 P_0'}{\partial Z \partial t} - \nabla_{\perp}^2 P_0' \right) \exp\left(-\frac{A}{\Gamma} Z\right) \sin \phi = 0$$

であるから

(1)式の左辺の項は、

$$\begin{aligned} & \frac{2}{c_0} P_0' \exp\left(-\frac{A}{\Gamma} Z\right) \frac{\cos^2 \phi}{\omega} \frac{\partial \sigma}{\partial Z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 \\ & - \frac{2}{c_0} P_0' \exp\left(-\frac{A}{\Gamma} Z\right) \frac{\alpha \cos \phi \sin^2 \phi}{\omega^2} \frac{\partial \sigma}{\partial Z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^3 \\ & - \frac{2}{c_0} P_0' \exp\left(-\frac{A}{\Gamma} Z\right) \frac{\sin^2 \phi}{\omega} \frac{\partial \sigma}{\partial Z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 \end{aligned}$$

右辺の項は、

$$\begin{aligned} & \frac{2\beta P_0'^2}{\rho_0 c_0^4} \exp\left(-\frac{2A}{\Gamma} Z\right) \cos^2 \phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 \\ & - \frac{2\beta P_0'^2}{\rho_0 c_0^4} \exp\left(-\frac{2A}{\Gamma} Z\right) \frac{\alpha \cos \phi \sin^2 \phi}{\omega} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^3 \\ & - \frac{2\beta P_0'^2}{\rho_0 c_0^4} \exp\left(-\frac{2A}{\Gamma} Z\right) \sin^2 \phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 \end{aligned}$$

となり左辺の項=右辺の項より

$$\frac{\partial \sigma}{\partial Z} = \frac{\beta \omega P_0'}{\rho_0 c_0^3} \exp\left(-\frac{A}{\Gamma} Z\right)$$

$$\therefore \sigma(Y, Z) = \frac{\beta \omega}{\rho_0 c_0^3} \int_0^Z P_0'(Y, Z) \exp\left(-\frac{A}{\Gamma} Z\right) dZ$$

$$= \frac{\beta \omega P_0}{\rho_0 c_0^3} \int_0^Z P_1'(Y, Z) \exp\left(-\frac{AZ}{\Gamma}\right) dZ$$

$$= A \int_0^Z P_1'(Y, Z) \exp\left(-\frac{AZ}{\Gamma}\right) dZ \quad (3)$$

で $\sigma(Y, Z)$ が求められる。

ここで

$A = r_0 / l_d$ ($l_d = \rho_0 c_0^3 / \beta \omega P_0$: 平面波伝搬での衝撃波面形成距離), P_0 : 一次波初期音圧, $\Gamma = \alpha l_d$, $P_1' = P_0' / P_0$, である

3. 計算方法

1次波 P_1 として包絡線 $E(t)$ を有する(4)式で示される有限振幅音波を放射すると、(5)式で示されるパラメトリック信号波形を生成する仮想音源が1次波の音場内に生成される。

$$P_1 = P_0 \times E(t) \times \sin \omega t \quad (4)$$

$$P_2(Y, Z, t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (E^2(t)) \quad (5)$$

$$E'(t) = V_b(\sigma_E) E(t + \Delta t)$$

ここで

$$\sigma_E = \sigma E(t) \text{ で}$$

$$\sigma_E \leq \pi/2 \text{ のときは}$$

$$V_b(\sigma_E) = 1$$

$$\Delta t = \sigma_E / \omega \quad (\Delta t \leq \pi / 2\omega)$$

$\sigma_E > \pi/2$ の場合は

Blackstock¹⁾により、 V_b と σ_E の関係は、 $V_b = \sin(\sigma_E V_b)$ で表され、Fig.1で示され、 Δt は $\Delta t = \sin^{-1}(V_b) / \omega$ ($\Delta t \leq \pi / 2\omega$)となる。

また

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} E^2(t')$$

は次式の差分で求めている。

$$(E^2(t - \Delta t') - 2E^2(t) + E^2(t + \Delta t')) / \Delta t'^2$$

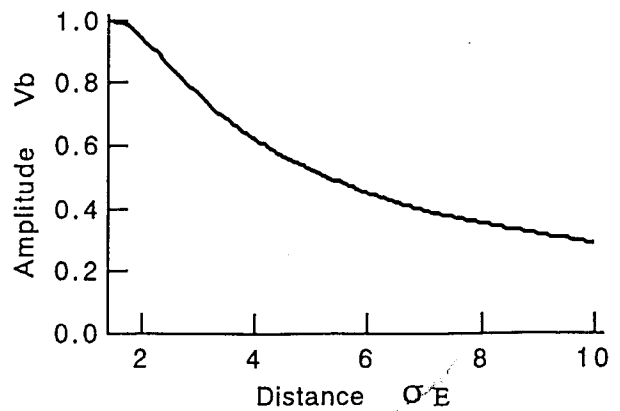


Fig.1 Shock amplitude.

観測点 (Y_0, Z_0) におけるパルス・パラメトリック信号波形 P_s は次式の計算にて求められる。

$$P_s(Y_0, Z_0, t) = \frac{AP_0}{8\pi^3 f_0^2} \int_0^{Z_0} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{P_1^2(Y, Z) \exp(-2AZ/\Gamma)}{Z_0 - Z} \times P_2(Y, Z, t - \Delta t'') d\psi Y dY dZ \quad (6)$$

$$\Delta t'' = \frac{Y_0^2 + Y^2 - 2Y_0 Y \cos \psi}{2\pi f_h (Z_0 - Z)}$$

f_h : 一次波周波数

4. 計算結果

包絡関数の一例としてFig.2(a)で示されるバースト状信号を用いた。この信号で振幅変調された1次波 ($f_b = 20 \text{ kHz}$, $A/\Gamma = \alpha r_0 = 0.6$) を放射した場合に生成されるパルス・パラメトリック信号の音軸上の計算結果をFig.2(b)に示す。Fig.2(a)から分かるように伝搬にともなって σ の値が大きくなり、包絡線は大きく変化する。この影響を受けてパルス・パラメトリック信号波形には、ノイズ状のものが含まれてくる。すなわちノイズは、まず波形の後半部分から生じ始め、伝搬にともなって前の部分に移動し、さらに遠くなると線形吸収により1次波音圧が低くなること、及び

包絡線の変化がなめらかになることにより、ノイズは波形の後半部分より少なくなり、パルス・パラメトリック信号成分のみの波形になっていくのが、Fig.2(b)より分かる。また非線形吸収効果の影響は1次波音圧に依存することから、1次波音圧が最も大きい所（この場合はパラメトリック信号波形の負のピーク値）でその影響を大きく受ける。これは $Z_0=4$ と8との距離の波形を比較すると分かる。すなわち1次波音圧の小さい所の正のピーク値はほとんど線形減衰による減衰と考えられるが、負のピーク値は非線形減衰によって微係数が減少することにより大きく減衰している。

5. 実験結果との比較

放射音圧波形をFig.3(a)に示す。

実験は、マイクロホンの非線形効果を取り除くためマイクロホン前面をスポンジで被い、また1次波を取り除くために低域フィルタを通してパルス・パラメトリック信号波形を観測した。その結果をFig.3(b)の(a)に示す。

Fig.3(b)の(b)は非線形効果による包絡線の変化を考慮していない従来からの計算方法²⁾による計算結果である。これからも分かるように、特に負のピークの値が実験結果と大きく違ってきている。Fig.3(b)の(c)は本計算手法による計算結果で、Fig.3(b)の(d)は(c)の計算結果にフィルタ等の実験条件を加味して計算しなおした結果で、(b)の計算結果と比べて実験結果により近い値が得られているが、なお負のピーク値が実験結果より大きくなっている。

Fig.4(a)は、peak-to-peak値の伝搬特性であるが、Aの値が大きくなるほど、また伝搬距離が遠くなるほど、実験結果と計算結果との間に差がでてきている。これは非線形効果が大きくなるほど、実験結果の負のピーク値が計算結果よりも小さくでてくるためである。

Fig.4(b)は、ビーム特性で、計算結果ではAが大きくなるほどブロードになるという差音³⁾と同様な結果がでてきているが、実験結果では必ずしもそのようにはなっていない。今後検討する必要がある。

6. まとめ

近距離音場における一次波の非線形吸収効果による包絡線の変化を考慮してパルス・パラメトリック信号波形の計算を行った。その結果、非線形効果を考慮していない従来からの計算方法に比べて、実験結果に近い値が得られたが、なお非線形効果による波形の減衰が計算結果より実験結果の方に大きくでていると考えられることから、今後、実験、計算両方面から、さらに検討する必要があると思われる。

(参考文献)

- 1) D. T. Blackstock, : J. A. S. A., Vol. 39, 1019-1026 (1966)
- 2) M. B. Moffett, : J. A. S. A., Vol. 66, 1182-1187
- 3) 馬場他、: 音響学会誌、Vol. 50, No. 1, 3-10 (1994)

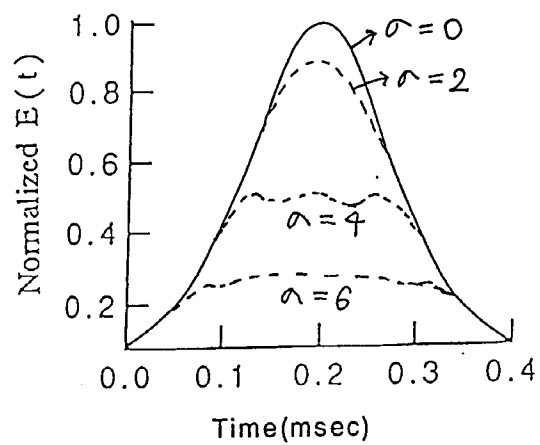


Fig.2 (a) Envelope waveform.

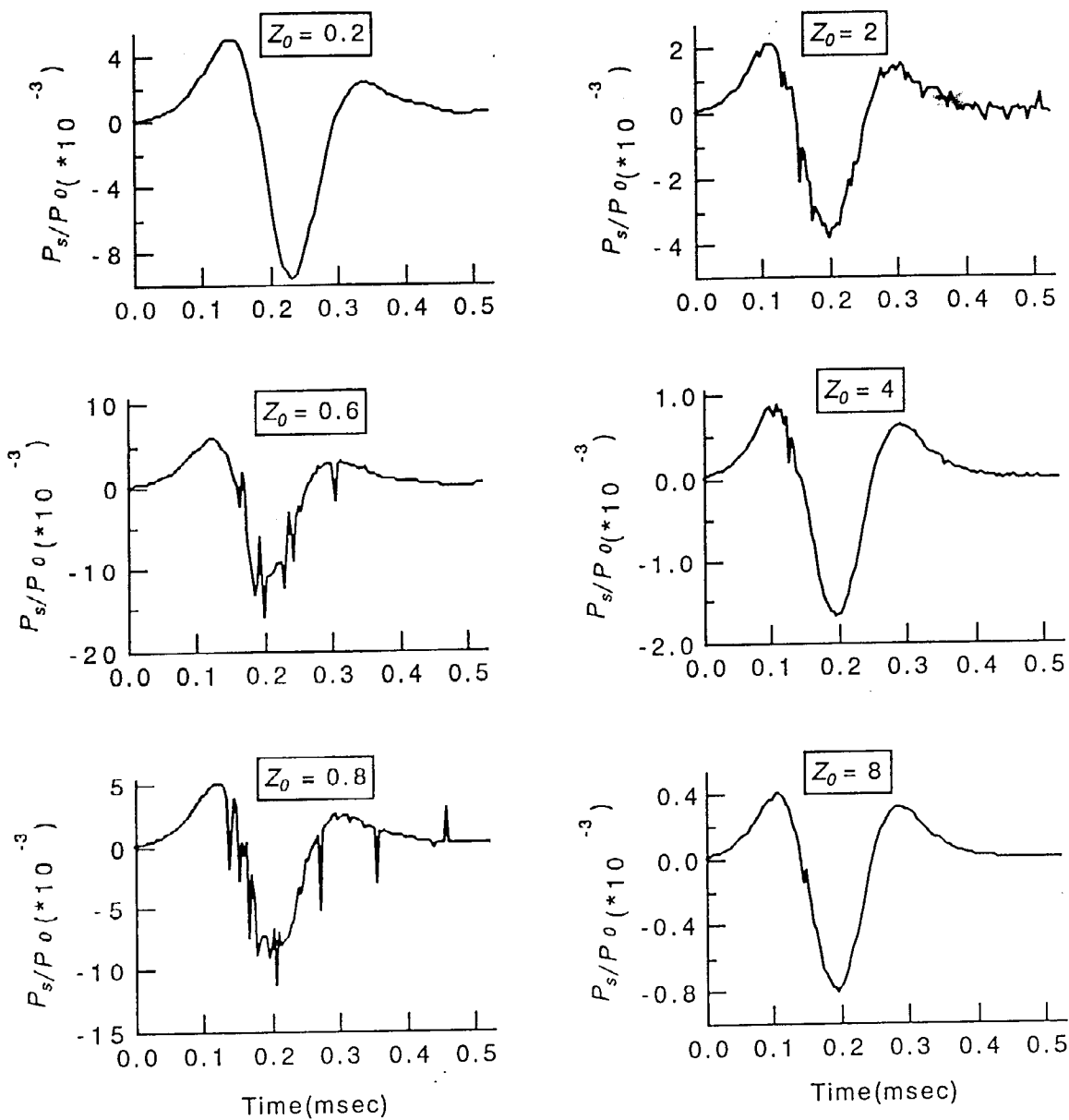


Fig.2 (b) Calculated for the pulse parametric signals on axis.
($\Gamma = 10$ $A = 6$ $f_b = 20$ kHz)

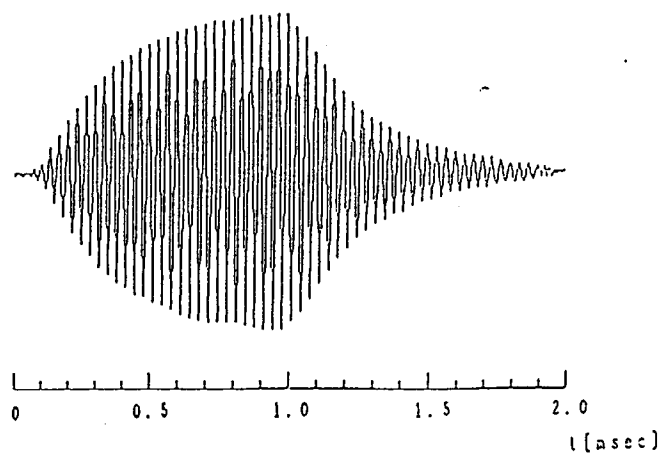
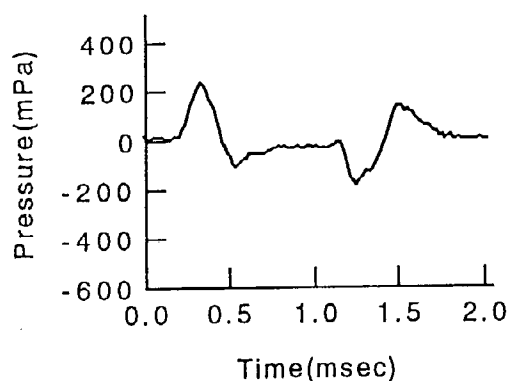
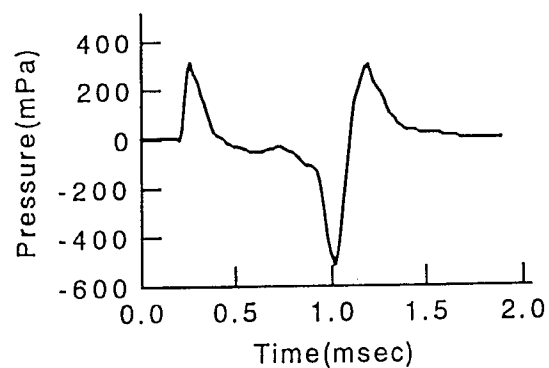


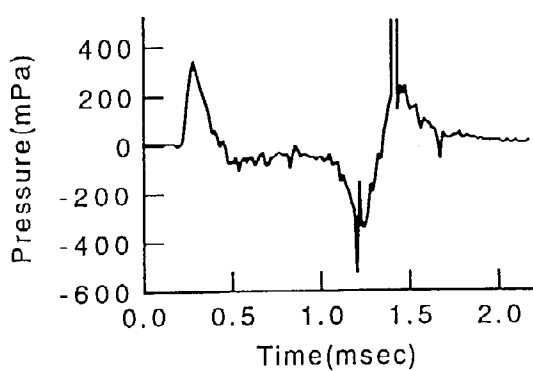
Fig.3 (a) Primary waveform.



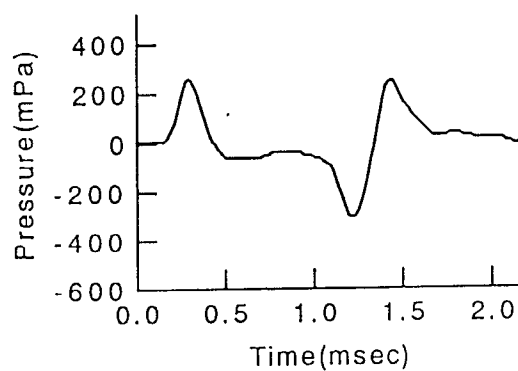
(a) Experiment.



(b) Moffett.



(c) Calculated.



(d) Calculated of filtered.

Fig.3 (b) Comparison of experimented and calculated results.

$$(Z_0 = 0.8 \quad Y_0 = 0 \quad \Gamma = 32.96)$$

$$A = 7.97 \quad P_0 = 489.8 \text{ Pa} \quad f_b = 28 \text{ kHz}$$

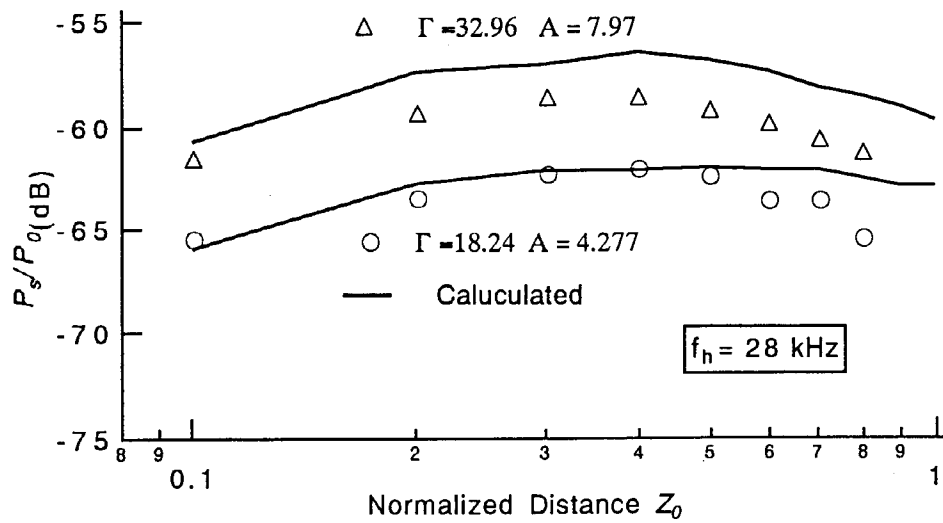


Fig.4 (a) Propagation curves based on peak-to-peak.

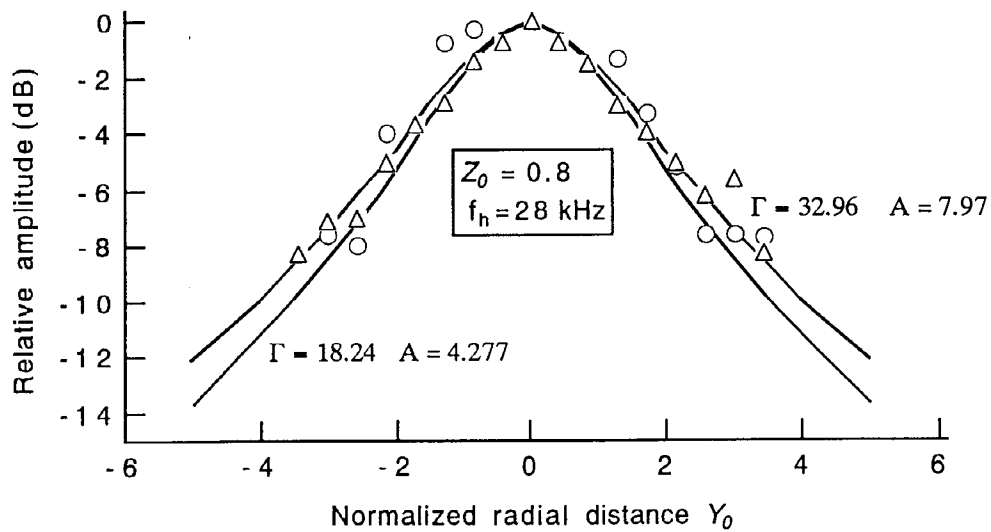


Fig.4 (b) Beam patterns based on peak-to-peak.