

SAWストリーミングにより励起された水滴振動の検討

塩川 祥子 山本 敬央 松井 義和(静岡大)

1. はじめに

気泡に振幅の大きい超音波を入射すると、その気泡は駆動周波数と、その整数倍などの周波数で振動することが知られており、その非線形性について現在研究が行われている。気泡は液体中の気体であるのに対し、水滴は気体中の液体であり、異なった存在形態であるが、形状などの点で共通性があるため、気泡振動と水滴振動とでは類似性があると考えた。

Rayleighタイプの弾性表面波(SAW)は、伝搬面上に水を負荷すると水中に縦波を放射し、SAW強度が大きいと水が流れたり飛翔したりする。この現象をSAWストリーミングと呼ぶ。そのSAWストリーミングによりただ1個の水滴を振動させ、その形状変化を検出し、水滴振動の実験的検討を行った。その結果、水滴振動に生じるいくつかの非線形現象を見い出した。

2. 実験

128° 回転Y板X伝搬LiNbO₃上に2組のIDT(中心周波数48.59MHz, 対数49対, 交差幅1[mm])を配置し、その中央に水滴を置きパルス変調されたSAWを入射する。SAWストリーミングにより水滴を両側から励振させた(Fig.1)。水滴の形が半球状になるように結晶表面上はシラン化により疎水化処理した。Fig.2に示すように測定系を構成し、水滴の高さの変動を、水滴に照射した光の影を利用して測定した。光源には半導体レーザーを用い、水滴の高さ検出にはPSDを使用した。PSDからの信号は位置検出回路、オシロスコープを通しGPIBを利用してコンピュータに取り込む。IDTへの入力Fig.3のような周期が長いパルスで変調されたRF信号を入力し、それをステップ入力と見なしてその応答波形を得、FFTにより振動のスペクトルを得た。

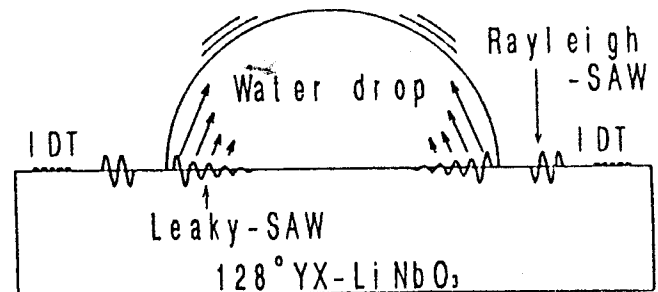


Fig.1 SAWストリーミングによる水滴の励振(断面図)

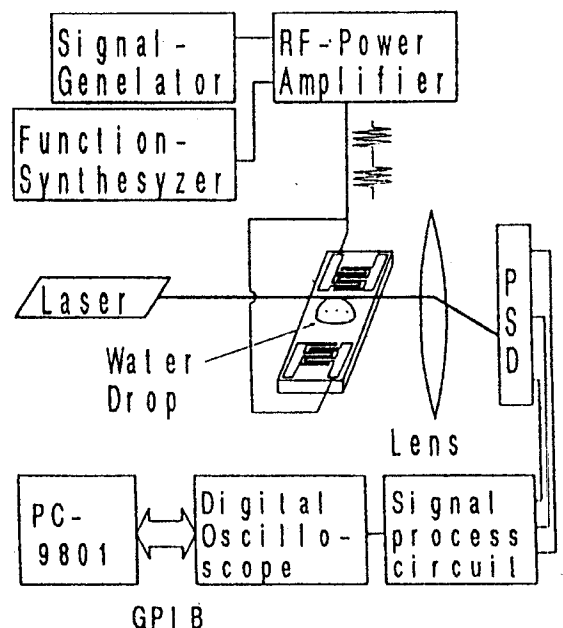


Fig.2 測定系

3. 結果と考察

3-1 パルス周波数を1[Hz]で測定したとき

Fig. 3に1例として代表的な水滴 ($20[\mu\text{l}]$) のステップ応答を示す。(a) は実際にIDTに入力する電圧 ($16.0[\text{V}]$, 中心周波数約 $50[\text{MHz}]$, パルス周波数 $1[\text{Hz}]$), (b) は入力によって起こる水滴振動の時間応答波形, (c) はその振動スペクトルである。(c) を見ると2つのピーク ($f_n=48, f_0=67[\text{Hz}]$) が見られるが, これは水滴に何も力を加えなかったときの自由振動数 (f_0) と SAW入射時の振動数 (f_n) が異なるために現れたものである。

この2つのピークの周波数の変化を SAW入力電圧を変えて検出した。Fig. 4は水滴が $20[\mu\text{l}]$ における SAW入力電圧に対する自由振動数 f_0 (●), SAW入射時の振動数 f_n (□) の関係を示している。自由振動数は入力電圧には依存せずほぼ一定であるが, SAW入射時の振動数は入力電圧を増加につれ低くなっている。また, この現象は水滴の量を変えても同様の結果を示した。

次に, 自由振動数は入力電圧に依存しないため, 水滴の量を変化させた時の振動数変化を測定した。水滴の半径に対する自由振動数を, 対数座標により Fig. 5 (●) に示す。これより自由振動数は水滴半径の $-3/2$ 乗に比例することが分かる。これは水滴の振動が体積振動しているためである。また基板を逆さまにし, 水滴に対する重力のかかり方が逆になる状態にしたときの, 自由振動数の変化を同様に測定し, その結果を Fig. 5 (△) に示す。半径が小さいときは基板を普通においたときのものと同じ直線上であったが, 半径を大きくするにしたがって, 直線上より自由振動数がずれてくるのが分かる。これは, 水滴半径が大きくなる程, 自重が水滴の形に影響を与え, それにより自由振動数にも影響を与えたものであると思われる。

ここで, 入力信号は, 高い周波数 $50[\text{MHz}]$ の正弦波を, それに比してかなり低い周波数 $1[\text{Hz}]$ でパルス変調していることより, ステップ入力と見なしているが, $50[\text{MHz}]$ の波が水滴振動に影響を及ぼしているかどうかを確かめるために, 中心周波数を $30[\text{MHz}]$, $80[\text{MHz}]$ と変えたときの水滴の自由振動数を同様な実験で測定した。Fig. 6に, その結果を示す。これより $30[\text{MHz}]$, $80[\text{MHz}]$ で求められた自由振動数が $50[\text{MHz}]$ で得られた結果と同じであることが分かる。よって, 今までの入力信号はステップ入力と見なしても良いと言える。

Fig. 7は水滴をグリセリン水溶液に変え, 同様の実験を行ったときのグリセリン濃度に対する自由振動数の変化を示す。グリセリン濃度を上げるほど自由振動数は低くなっていくことより, 液滴が高粘度になるほど自由振動数は低くなることが分かる。

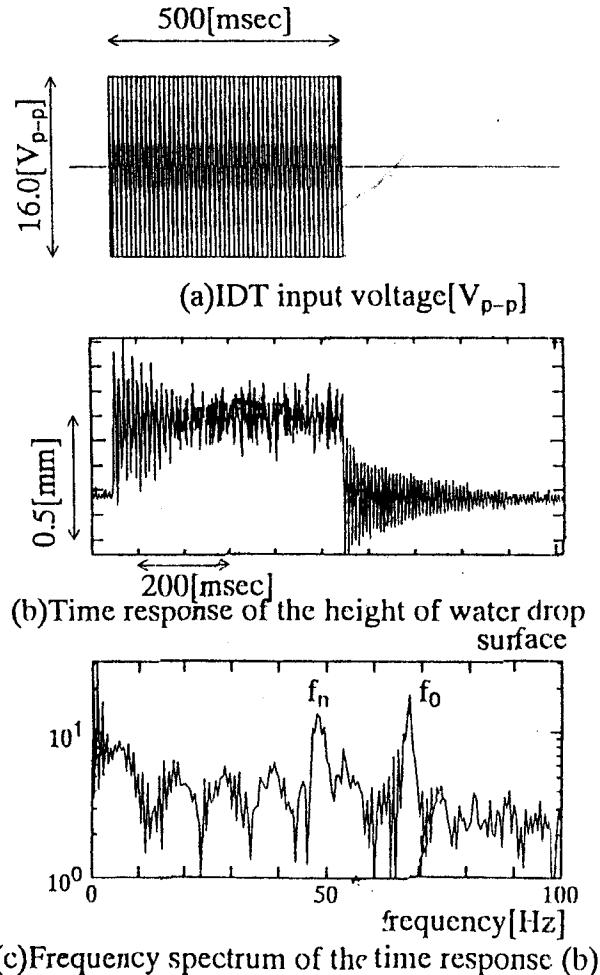


Fig. 3 水滴 ($20[\mu\text{l}]$) のステップ応答。(a) IDT入力波形, (b) 水滴の応答波形, (c) (b) の振動スペクトル。

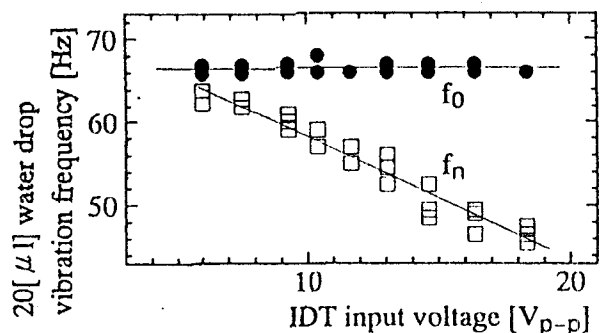


Fig. 4 入力電圧に対する自由振動数 f_0 (●) と SAW入射時の振動数 f_n (□)。

3-2 パルス周波数を自由振動数付近に設定したとき

次に、今まではパルス周波数は1[Hz]に設定していたが、前述の自由振動数付近の値にその周波数を設定して、水滴を強制振動させ測定を行った。Fig. 8は15[μ l]の水滴を、その自由振動数(f_0)より少し小さい周波数65[Hz]で振動させ、IDTへの入力電圧を変化させたときの水滴振動の時間波形と、その振動スペクトルの変化を示した。電圧を増加させるにしたがい、駆動させた周波数65[Hz](スペクトル図で最も高いピーク)の2倍、1/2倍が、さらに電圧を増加させると3/2倍などの高調波や副調和振動成分が見られる。ここからこの振動が非線形振動へと移る様子が見れ、水滴振動も気泡振動と同様な非線形振動を起こすことが分かった。

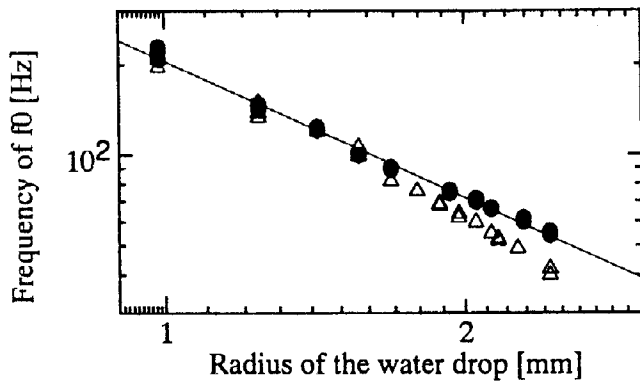


Fig. 5 水滴半径に対する自由振動数 f_0 .
●は基板上の振動
△は基板を逆さまにしたときの振動

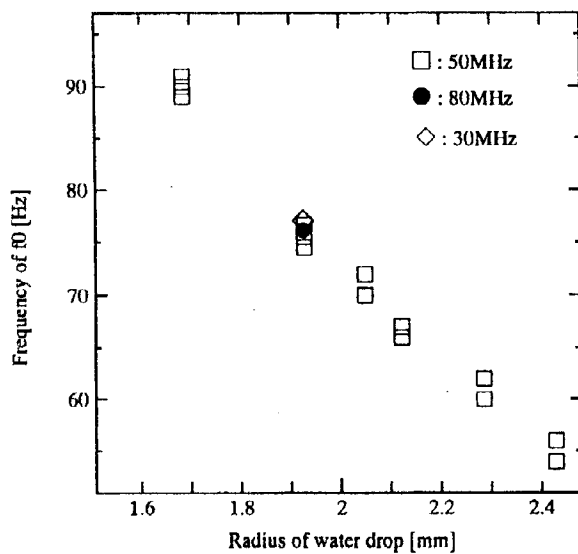


Fig. 6 中心周波数を30[MHz], 50[MHz], 80[MHz]にしたときの自由振動数

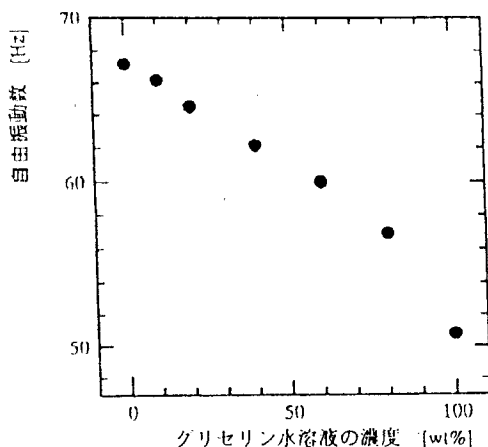


Fig. 7 グリセリン濃度に対する自由振動数 f_0 .

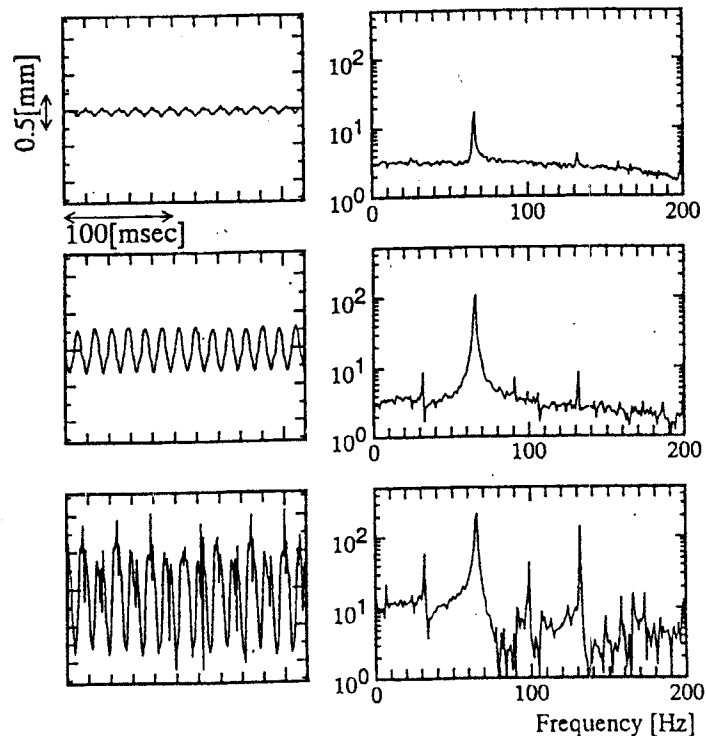


Fig. 8 電圧変化に対するスペクトルの変化
(水滴15[μ l], 駆動周波数65[Hz],
入力電圧は上から5.9[V], 8.3[V], 11.6[V])

4. 液滴の振動モデル

液滴の振動を解析的、または数値的に求めることはある程度可能と思われるが、本研究で取り扱っている液滴に適しているか疑問である。

そこで簡単な1次元バネ・ダッシュポット系モデルを考え、さらに液体の内部エネルギーを考慮して、非線形項を含む微分方程式を提案する。その1次元モデルの数値解析を行い、先ほどの実験結果と比較して、そのモデルの妥当性を検討する。

液滴の運動エネルギー（KE）とポテンシャルエネルギー（PE）は次式で与えられる。

$$KE = \frac{1}{2} m \dot{z}^2$$

$$PE = \frac{1}{2} k z^2$$

この運動エネルギーの係数 m は液滴の質量であり、

$$m = \frac{1}{2} \frac{4\pi}{3} z_0^3 \rho$$

で与えられる。ここで z_0 は液滴の初期半径である。また、密度 ρ は1とした。液滴の粘性による散逸項VDは次式のようになる。

$$VD = \gamma \dot{z}^2$$

また、放射圧 P による液滴の内部エネルギーの変化 dU を加えて考慮する。内部エネルギーの変化量は熱力学の第1法則で表される。断熱変化を仮定すると、

$$dU = -p dV \quad (V \text{ は体積})$$

で与えられる。

この内部エネルギーを考慮して、エネルギー保存則を適用する。運動エネルギーとポテンシャルエネルギー、内部エネルギーの単位時間あたりの増加量と散逸項の総和は、外部から与えられるエネルギーに等しい。外部からこの系に入射するSAWストリーミングの単位時間あたりのエネルギーを E_s とすれば、

$$\frac{d}{dt} (PE + KE + U) + VD = E_s$$

となる。この式の時間微分を実行して整理すると次式を得る。

$$m \ddot{z} + \gamma \dot{z}^2 + k z \dot{z} - P \frac{dV}{dt} - \frac{dP}{dt} dV = E_s$$

ここでは $P = P_s$ はSAWストリーミングによる放射圧で与えられ、放射圧は内部エネルギーに寄与すると考える。 P_s は位置 $r(x, y, z)$ に依存するが、時間依存しないと仮定すると、 $dP/dt = 0$ である。また、 $V = 2\pi z^3/3$ なので、 $dV/dt = 2\pi z^2 \dot{z}$ と表される。よって、

$$m \ddot{z} + \gamma \dot{z}^2 + k z - 2\pi P_s z^2 = \frac{E_s}{\dot{z}} \quad \dots(1)$$

が得られる。

ここでSAWによって入射されるエネルギー E_s を考える。SAWストリーミング力 F の高さ方向（ z 方向）成分を、 $F_z = F_s$ とする。このSAWストリーミングも放射圧と同様に位置 r に依存する量であるが、ここでは $F_s = \text{const}$ で与えられると仮定する。この F_s によって変位 z だけ液滴を持ち上げると考えると、SAWストリーミングが液滴に成す仕事は、 $F_s \cdot z$ であり、その単位時間あたりのエネルギーは

$$E_s = \frac{d}{dt} F_s z = F_s \dot{z}$$

となる。

よって、(1)式は次のように変形される。

$$m \ddot{z} + \gamma \dot{z}^2 + k z - 2\pi P_s z^2 = F_s \quad \dots(2)$$

このようにして液滴の非線形減衰振動のモデルの方程式が出来た。このモデルの方程式は次のように考えることが出来る。系の外部からSAWにより入射されるエネルギーは、ストリーミング力 F_s で与えられる。その外部からのエネルギーはバネ・ダッシュポット系においてエネルギーを消費するが、液滴にも入射する。液滴に入射したストリーミング力は放射圧として液滴に作用し、液滴の内部エネルギーの増加を導く。その結果、内部エネルギーの増加は、その系全体の力学的エネルギーの減少を導く。それゆえ、式(2)の左辺第4項は負となるのである。

非線形減衰振動モデルの運動方程式はFig. 9に示すようなモデルで表され、式(2)の左辺第3,4項が次式の弾性定数 k_1 で与えられる2次の非線形バネの振動と考えることが出来る。

$$k_1 z = (k - 2\pi P_s z) z$$

変位 z が微小であると仮定するとその振動数は

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}} = \sqrt{\frac{k - 2\pi P_s z}{m}}$$

と与えられ、非線形振動効果により振動数は小さくなり、変位 z の増加と共にさらに減少すると予想される。

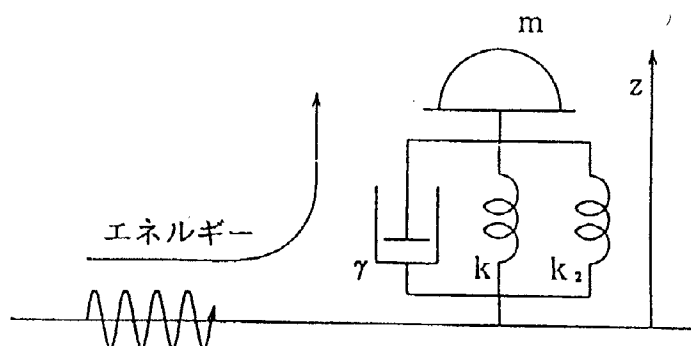


Fig. 9 液滴の非線形減衰振動モデル

4. 液滴振動モデルの解析

この式(2)で表したモデルの変位 z の変化を数値計算により求める。計算では $t=0$ 時の F_s と P_s を用いた。Fig. 10(a)にストリーミング力⁽¹⁾を1[Hz]のパルスで与えたときの応答とそのスペクトルを示す。その結果、入力ありと入力なしの周波数成分、及びそれらの高調波成分に分かれた。

さらに、入力を変化させた場合の応答を求め2つに分かれた周波数を入力についてプロットすると、Fig. 10(b)のようになる。これは実験により得られたデータと非常に良く似ておりこのモデルは妥当であると考えられる。

Fig. 11は入力周波数を液滴の自由振動より小さくし、強制振動させたときの数値結果を示す。これより、自由振動と強制振動及びこれらの高調波成分と、これらの和、差周波成分が現れている。しかし、実験で得たような副調和振動成分は現れておらず、妥当とはいえない。この点においてはモデルに新たな項をつけ加えるべきであろうと思われる。

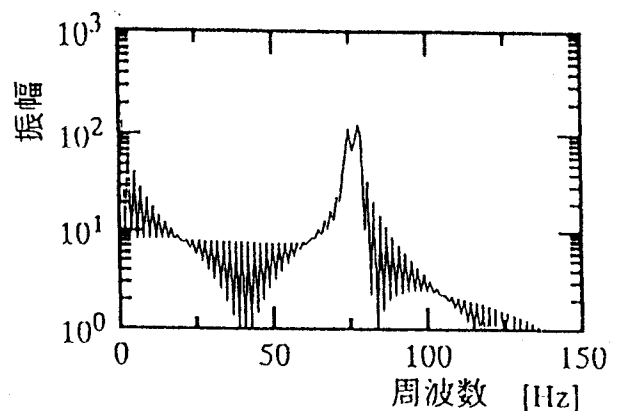
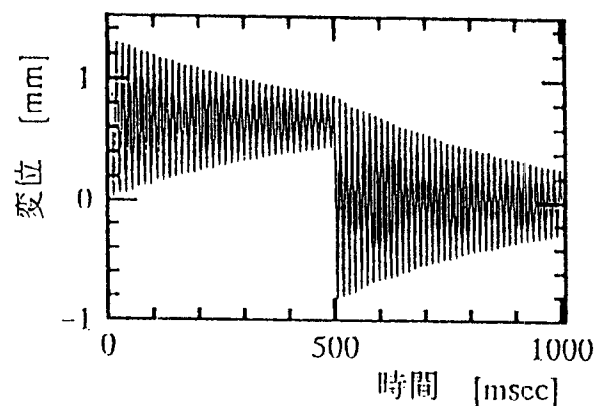


Fig. 10(a) 数値計算により求めた液滴の時間応答とそのスペクトル

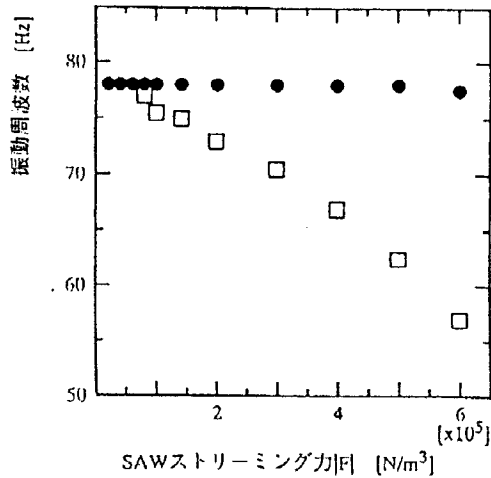


図. ストリーミング力 F_s に対する振動数
 ● : 自由振動 f_0 ($F_s = 0$)
 □ : SAW 入射時の振動数 f_n

Fig. 10(b) 入力を変えたときの周波数変化
 (初期半径 $r_0 = 2.3$ [mm], 表面張力 $\sigma = 0.07275$ [N/m],
 密度 $\rho = 998.2$ [kg/m³])

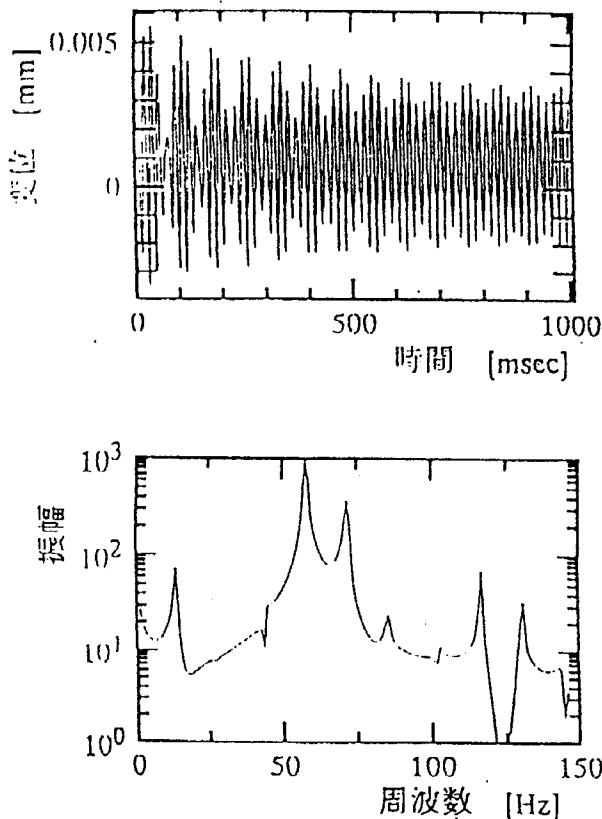


Fig. 11 パルス周波数を65[Hz]において計算させたときの時間波形とそのスペクトル
 (水滴20[μl])

5. まとめ

SAWストリーミングを用いて1個の水滴の振動実験を行った。その結果次のような非線形現象が見いだされた。

1. IDT入力電圧が増加すると振動数が減少する。
2. 入力中に振動が崩れていく。
3. 入力パルス周波数 f が自由振動数 f_0 より小さい場合, IDT入力電圧の増大にともない, f の $1/2$, $3/2$, 2倍などの振動が発生する。

これらの現象を説明するため非線形バネを導入し数値解析を行った。その結果上記のうち1の現象を説明することが出来たが, 2, 3の現象は説明できなかった。本研究は開始したばかりであり未知のことが多く, 今後実験的, 理論的と研究を進めて行かなければならない。

参考文献

- (1) 塩川, 上田, 松井 “SAWストリーミング現象の解析とその応用”
 信学会技報 US89-51(1989) p41-46.

謝辞

本研究は, 本年度, 大学院修士課程を終了した村田好司氏(現在村田製作所)の修士論文を参考にいたしました。ここに感謝いたします。