

超音波ビームによる温度上昇と流れ

黄 海鷹 鎌倉 友男 熊本 芳朗

電気通信大学 電子工学科

1 はじめに

粘性媒質内に音波を放射すると、音波のエネルギーの一部が熱エネルギーに変換されるため媒質の温度が上昇する。一方、音波の伝搬方向に媒質の流れも見られる。通常、この流れはゆっくりしたものであるが、音波の振幅を大きくすると流れの速度は大きくなる。音波の存在で発生するこの流れを音響流 (Acoustic streaming) という。このような流れは、超音波の照射で上昇した媒質の温度を下げる、すなわち冷却効果の働きをする [1]。

そこで本研究では、音波ビームによって媒質自体の温度上昇はどの程度であるか、また音響流は温度上昇に対してどの程度影響するかについて、温度場及び流れ場を考慮した理論モデルに対して検討を行った。理論解析が容易であることを考慮し、音場はガウス分布していると仮定して音響流の駆動力を計算し、流れの速度と温度上昇を求めた。媒質として水及び粘性の異なる 3 種のシリコンオイルを用いた。

2 理論

2.1 流れ場と温度場

音響流を $\mathbf{U}=(U_r, U_z)$ 、温度変化を T' 、音響流の駆動力を $\mathbf{F}=(F_r, F_z)$ 、圧力を P とするとき、軸対称とした流れ場及び温度場を図 1 に示す円柱座標を用いて表すと、以下の式となる [2]。

$$\frac{\partial U_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_r}{\partial t} + U_r \frac{\partial U_r}{\partial r} + U_z \frac{\partial U_r}{\partial z} = F_r - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r) \right) \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial U_z}{\partial t} + U_r \frac{\partial U_z}{\partial r} + U_z \frac{\partial U_z}{\partial z} = F_z - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left[\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) \right] - \beta g T' \quad (3)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + U_r \frac{\partial T'}{\partial r} + U_z \frac{\partial T'}{\partial z} = \kappa \left[\frac{\partial^2 T'}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T'}{\partial r} \right) \right] + \frac{c_0}{c_p} F_z \quad (4)$$

ここで、 ρ_0 は媒質の密度、 $\nu = \eta / \rho_0$ は動粘性係数、 η はずれ粘性係数、 $\beta = -(\partial \rho / \partial T)_P / \rho_0$ は熱膨張係数、 g は重力加速度、 $\kappa = K / \rho_0 c_p$ は熱拡散率、 K は熱伝導率、 c_p は定圧比熱、である。上記の式において熱輻射 (熱放射) は考慮していない。

駆動力 $\mathbf{F}$ は音波の存在で発生し、

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\rho_0^3 c_0^4} \left(\zeta + \frac{4}{3} \eta \right) p \nabla \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) \quad (5)$$

で与えられる。ここで、 κ は体積粘性率、 p は音圧、 $\bar{\cdot}$ は流れ及び温度の過渡変化の代表時間より十分短く、音波の周期より十分長い時間で平均する操作を示す。なお、温度変化や流れに伴い、音波ビームの振幅、パターンは変化するが、これについては今回は取り扱わない。

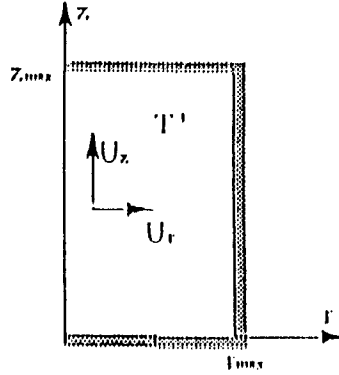


Fig 1. Geometry of a sound source.

2.2 ガウス音波ビーム

径方向の音源面音圧分布が $p_0 \exp[-(r/a)^2]$ であるガウス音波ビームの基本波の複素音圧は、

$$\dot{p} = p_0 \frac{1}{1 - jz/R_a} \exp \left[- \left(\frac{r}{a} \right)^2 \frac{1}{1 - jz/R_a} - (\alpha + jk)z \right] \quad (6)$$

となる、ただし、 p_0 は初期音圧、 $R_a = ka^2/2$ は Rayleigh 長、 $k = 2\pi f/c_0$ は波数、 f は周波数、 α は吸収係数、 a は音源半径である。この $\dot{p}$ より駆動力 F_z 、 F_r を求めると、

$$F_z = \frac{\alpha}{(\rho_0 c_0)^2} |\dot{p}|^2 \quad (7)$$

$$F_r = \frac{2\alpha r}{(\rho_0 c_0)^2 k a^2} \frac{z/R_a}{1 + (z/R_a)^2} |\dot{p}|^2 \quad (8)$$

$$|\dot{p}|^2 = p_0^2 \frac{1}{1 + (z/R_a)^2} \times \exp \left[-2 \left(\frac{r}{a} \right)^2 \frac{1}{1 + (z/R_a)^2} - 2\alpha z \right] \quad (9)$$

となる。一般に、 F_r は F_z の 2~3 桁小さく、無視できる大きさである。ここで、式(1)~(4)をみると、流れの駆動力 F_z と熱源 $(c_0/c_p)F_z$ があり、これが互いに関係しあっていることが分かる。このときの相互作用は式の $\beta g T'$ を介して行われ、これは対流源である。液体の場合、 β は $10^{-3}/K[K]$ のオーダーで、対流源は小さく、通常流れは音響流に基づくとみてよい。

2.3 初期条件及び境界条件

数値解析を行うにあたって、初期条件及び境界条件を以下のように定める。音波は $t = 0$ で放射し、流れの駆動力は音波の放射と同時に発生すると仮定する。ここで、温度場及び流れ場の領域を $0 \leq z \leq z_{\max}$ 、

$0 \leq r \leq r_{\max}$ の矩形領域にとる. 以上の理論モデルに対する初期条件は,

$$T', U_z, U_r = 0 \quad \text{for} \quad 0 \leq z \leq z_{\max}, 0 \leq r \leq r_{\max}, \quad \tau = 0. \quad (10)$$

となる. 一方, 境界条件は

$$\begin{aligned} T', U_z, U_r &= 0 & \text{for} & \quad z = 0, z_{\max} \\ \frac{\partial T'}{\partial r}, \frac{\partial U_z}{\partial r}, U_r &= 0 & \text{for} & \quad r = 0 \\ T', U_z, U_r &= 0 & \text{for} & \quad r = r_{\max} \end{aligned} \quad (11)$$

となる. なお, 温度境界層は考えていない.

3 計算結果及び考察

3.1 計算モデル

音源モデルとして共振周波数 $f=5\text{MHz}$, $a = 1\text{cm}$ の平面型ガウス分布振動子とする, これを半径 4.2cm , 長さ 27cm の円筒状水槽に, 音波ビームが垂直になるように配置する. また, 音源面音圧 $p_0 = 100\text{kPa}$, 温度 20°C とする. 媒質として水及び粘性の異なる 3 種のシリコンオイルを選ぶ. この結果を図 2~図 7 に示す. 流れのない $U = 0$ として計算した温度場も 図 8, 図 9 に示す. なお, 媒質の物性値として表 1 と表 2 の値を採用した.

Table 1 Physical parameters of silicone oil and water (20°C)

	η [cSt]	ρ_0 [kg/m ³]	K [cal/cm s K]	β [1/K]
silicone oil#1	10	935	3.3×10^{-4}	1.06×10^{-3}
silicone oil#2	20	950	3.5×10^{-4}	1.04×10^{-3}
silicone oil#3	30	955	3.6×10^{-4}	0.99×10^{-3}
water	1.002	998	1.172×10^{-3}	0.21×10^{-3}

Table 2 Physical parameters of silicone oil and water ($20^\circ\text{C}, 5\text{MHz}$)

	α [neper/m]	v [m/s]	c_p [J/kgK]	ν [neper/m]
silicone oil#1	10.204	993	1.7563	1.04×10^{-5}
silicone oil#2	18.176	1005	1.6726	2.135×10^{-5}
silicone oil#3	22.32	1006	1.6308	3.29×10^{-5}
water	0.635	1483	4.1816	1.0×10^{-6}

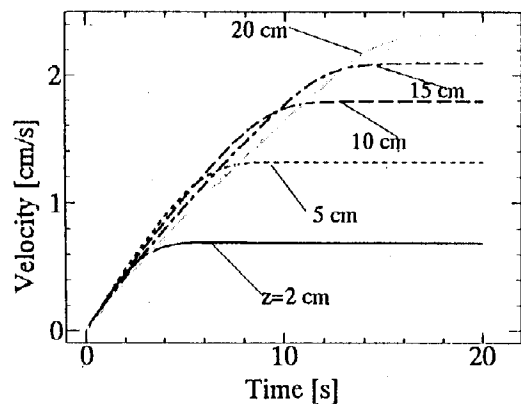


Fig.2 Velocity in water on axis

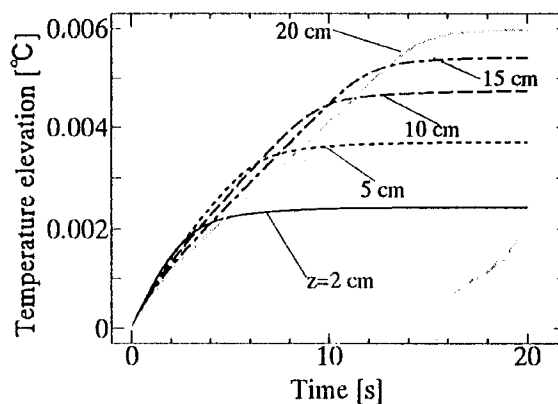


Fig.3 Temperature elevation in water on axis

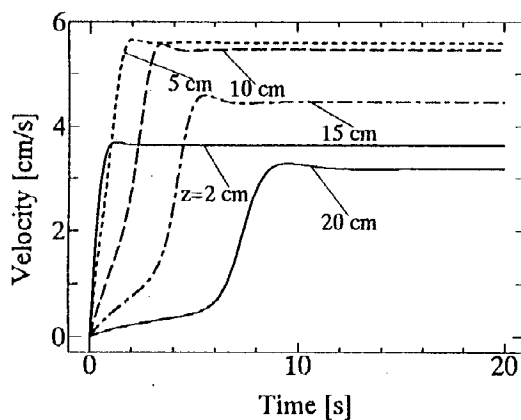


Fig.4 Velocity in silicone oil (10cSt) on axis.

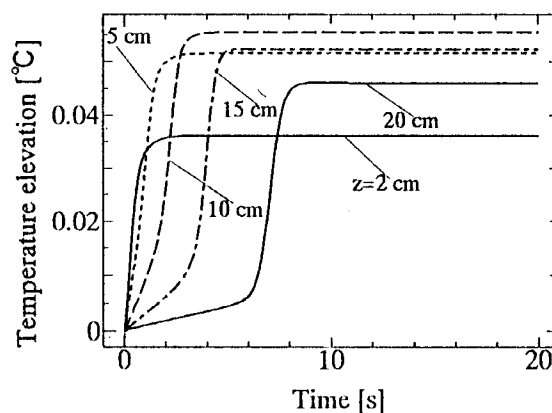


Fig.5 Temperature elevation in silicone oil (10cst) on axis.

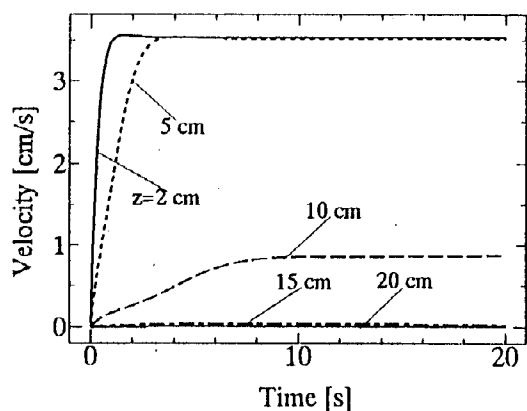


Fig.6 Velocity in silicone oil (30cSt) on axis.

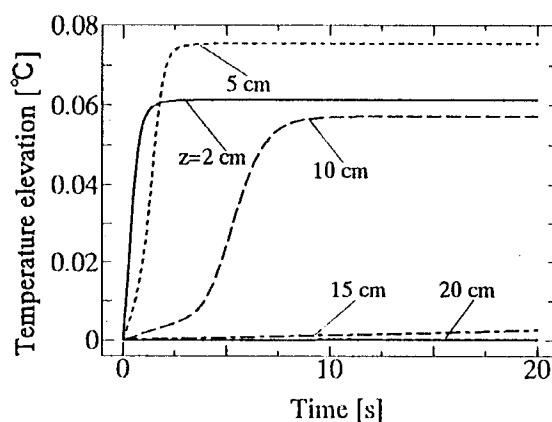


Fig.7 Temperature elevation in silicone oil (30cSt) on axis.

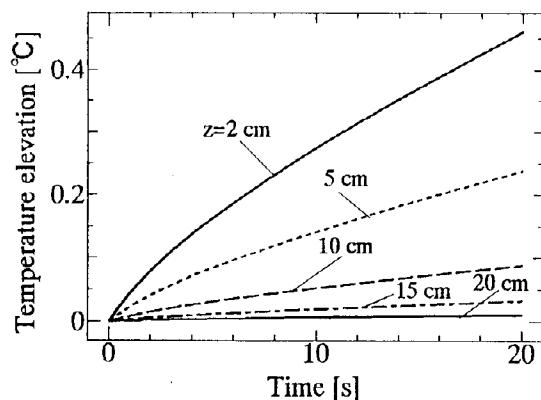


Fig.8 Temperature elevation in silicone oil (10cSt) on axis.

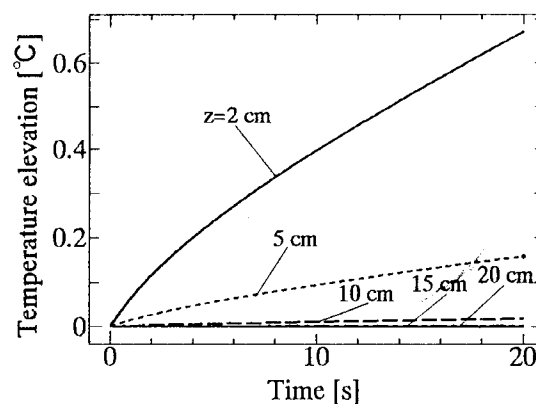


Fig.9 Temperature elevation in silicone oil (30cSt) on axis.

3.2 計算結果についての考察

水とシリコンオイルを比較した結果、

1. 粘性が高いほど音源面に近い所での流速の立ち上がりと温度上昇が速い。遠い所では遅れる。
2. 流れ及び温度の定常状態に達する時間はほぼ同じである。
3. 流れ場と温度場の相似性が見られる。しかし、粘性が大きくなると相似性が崩れる。
4. 音源に近い位置では流れは温度の冷却効果として働くが、遠い位置では逆に加熱効果として働く。

4 あとがき

平面ガウスビームによる流れと温度上昇について、水とシリコンオイルを対象に理論考察した。その結果、音源面に近い位置での音響流が温度の上昇を抑える傾向に、逆に遠い位置での温度を上昇させる傾向に働くこと、粘性が水のように小さいとき、流れと温度場に相似性があることが分かった。

参考文献

- [1] 秋山 正彦, 平成7年度電気通信大学修士論文: 超音波の伝搬に伴う粘性媒質の温度上昇.
- [2] A.A.Karabutov, O.V.Rudenko, and O.A.Sapozhnikov, "Theory of thermal self-focusing with allowance for the generation of shock waves and acoustic streaming," Sov. Phys. Acoust. **34**, 371-374 (1988).