

正弦波ソリトンの形成過程に関する一考察*

中 村 昭 (福井工業大学)

熔融水晶細線中における正弦波パルス音波のソリトン化の過程について報告した¹⁾。その結果 Fig.2のように、負の半周期については双曲線型ソリトンと全く同様の变化をする一方、正の半周期については速度分散のために著しい波形の崩れが見られた。今回は、これら2つの半周期の変化と、それぞれを組み合わせることによって得られる2種類の位相の異なる正弦波とを比較し、ソリトン形成の特異性について検討する。

Fig.1(b)のように、正弦波 p を2つの部分 p_1 と p_2 に分け、それぞれの周波数成分の非線形伝搬に伴う変化をみる。

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, t) e^{-j\omega t} dt = \int_{t_1}^{t_3} [p_1(x, t) + p_2(x, t)] e^{-j\omega t} dt$$

今ここで $p(x, t)$ に非線形演算 $NP[\]$ を施したとき、

$$NP[p] = NP[p_1 + p_2] \neq NP[p_1] + NP[p_2]$$

となり、 p_1 と p_2 が重なった cross over の部分が問題となる。従って、非線形伝搬した後の $p(x, t)$ のフーリエ成分 $NF(\omega)$ は $p_1(x, t)$ 、 $p_2(x, t)$ それぞれのフーリエ成分 $NF_1(\omega)$ と $NF_2(\omega)$ の和に等しくならない。即ち、

$$NF(\omega) \neq NF_1(\omega) + NF_2(\omega)$$

以上のことは基本的には、Fig.2に示されている。(b)の波形変化は厳密には(a)と(c)のそれぞれの変化の単純和では與

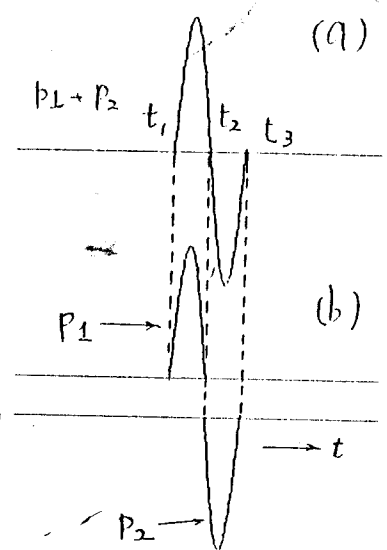


Fig.1 Model used for discussion in this paper.

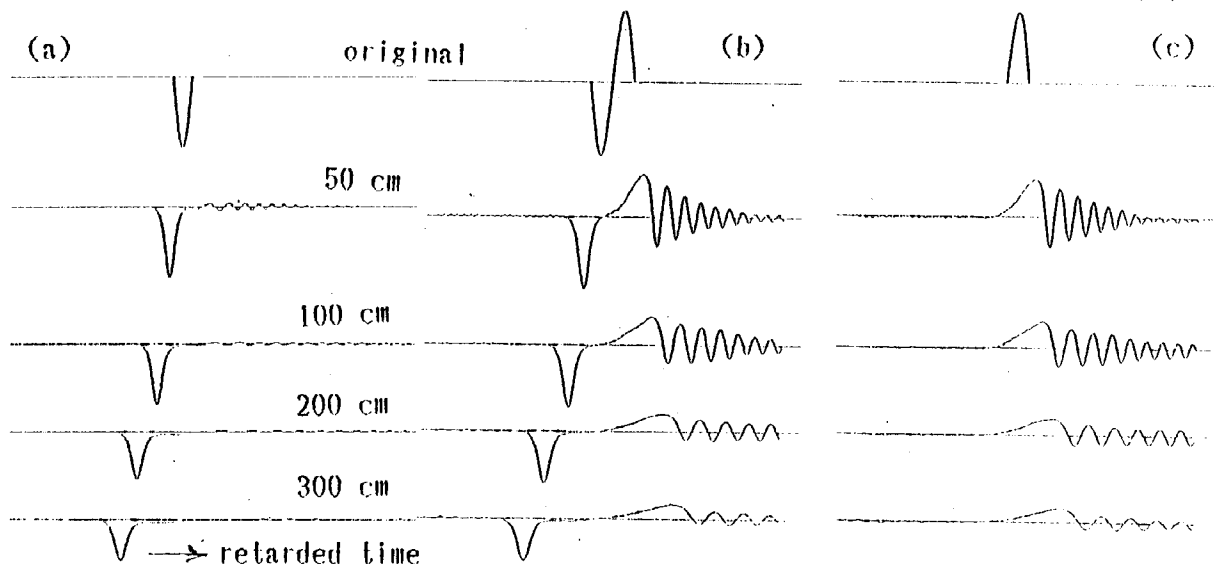


Fig.2 Comparison of waveform variation of a sinusoidal pulse-sound - $\sin(\omega \tau)$ with negative and positive half-sine. Negative period of (b) is compared with (a), and positive period of (b) is also compared with (c). Peak pressure: 51.65 MPa, frequency: 3 MHz, $\alpha/f=7.617e-10$

*Some consideration about process of soliton formation from initially sinusoidal waveform--Akira Nakamura, Department of Electrical Engineering, Fukui Institute of Technology

え得ない。実例を示そう。Fig.3 は負の半周期が先行する正弦波、Fig.4 は正の半周期が先行する正弦波である。負の半周期の場合 p_1 、 p_2 は図示されるように、お互いの重なり部分は少なく、従って $p(x, t)$ は $p_1 + p_2$ と殆ど差はない。フーリエ成分で比較すると、Fig.6 のように、 $p(x, t)$ のフーリエ成分は正と負のフーリエ成分 (Fig.5 に図示) の和に等しい。一方正の半周期の場合は Fig.4 のように p_1 と p_2 の重なり部分が大きく、従って $p_1 + p_2$ と $p(x, t)$ とは一致しない。またフーリエ成分も Fig.7 のように一致しない。

(1) 中村昭：音学会論文集、

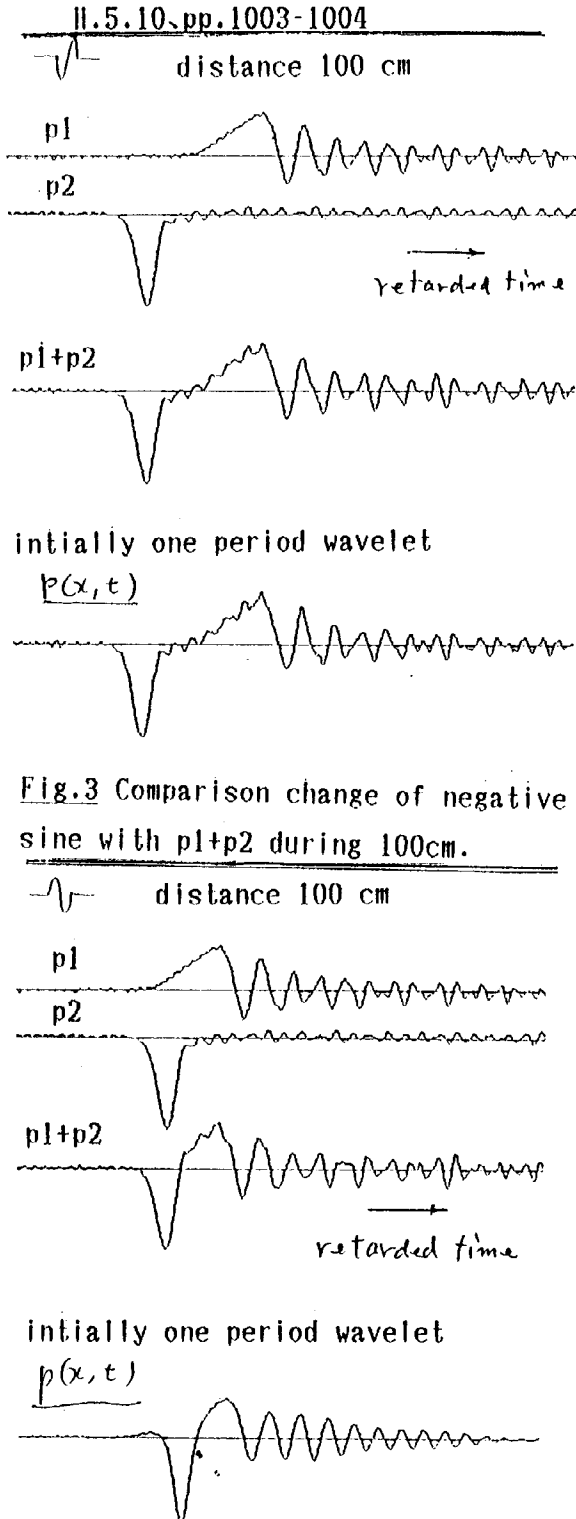


Fig.3 Comparison change of negative sine with $p_1 + p_2$ during 100 cm.

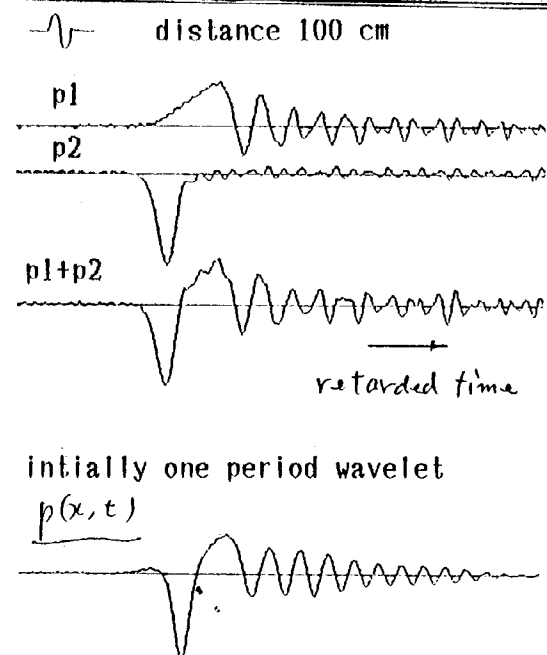


Fig.4 Comparison change of positive sine with $p_1 + p_2$ during 100 cm.

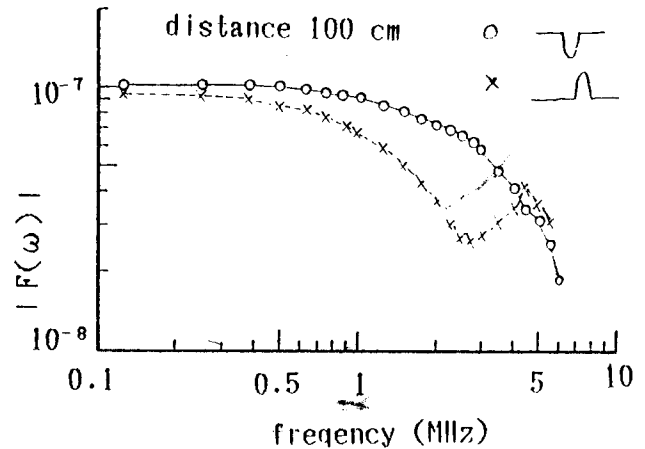


Fig.5 Fourier spectra of p_1 and p_2 at propagation distance 100 cm.

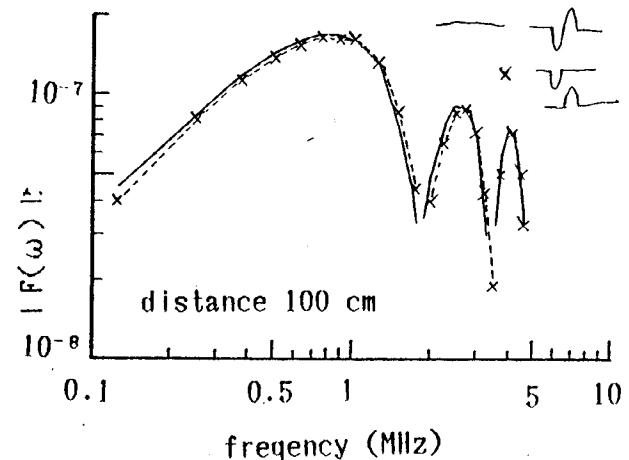


Fig.6 Fourier spectra of negative sine and $p_1 + p_2$ at distance 100 cm.

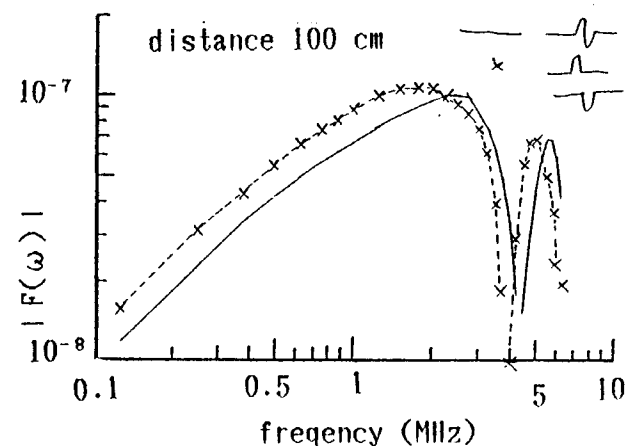


Fig.7 Fourier spectra of positive sine and $p_1 + p_2$ at distance 100 cm.