

気泡の過渡応答と非線形挙動について

村田嘉孝 渡辺好章 (同志社大学工学部)

はじめに

水中に存在する気泡に対して十分長い波長の音波が入射すると、入射音波の音圧変化によって気泡は球対称な呼吸運動を行う。こうした気泡振動は強い非線形性を有しており、気泡を入射音波によって強制駆動すると駆動音圧の増大とともに次第に非線形振動を行うようになり、入射音波の成分とは異なる2次波を放射し始める。この2次波を放射する条件としては、入射音圧の増大はさることながら気泡初期半径と駆動周波数により大きくその様相を異にする。例えば、入射音波の周波数に対するハーモニクスやサブハーモニクス成分を生じることやカオスを生じることが知られており、音圧の増加に伴い共振周波数が低下することも知られている^{1) 2) 3)}。こうした非線形現象を検討する有力な手法の一つとしてポアンカレマップがある。これは、強制駆動力が周期性を持つ場合には気泡の2つの状態変数(気泡半径 R と気泡壁面速度 U)が1つのトーラス形となる事を利用している。この手法の特徴は気泡の定常的な振動部分で強制駆動周期との比較が容易なことである。従って、これらは駆動力が連続的に加えられた状態での検討がほとんどで、駆動力が数サイクルあるいは1サイクルという短い状態での検討はあまり見かけない。しかしながら、こうした気泡の過渡応答部分には気泡振動の重要な情報が含まれていると考えられる。過渡応答は2倍周期振動やカオス振動等、気泡の非線形挙動を生じる過程でもあり、こうした非線形挙動の生成機構の解明に役立つと考えられる。そこで、気泡の過渡応答に注目し、気泡の2倍周期振動の生成機構について検討を行ったので報告したい。

理論計算

気泡の過渡応答とその周波数成分がどのようなものとなるかを計算するため、単一の気泡に単一周波数の音波が入射した際の気泡振動の様子を計算した。計算は次に示す圧縮性液体モデル²⁾を用いた。

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} \left(1 - \frac{1}{c} \frac{dR}{dt} \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{3c} \frac{dR}{dt} \right) = \left(1 + \frac{1}{c} \frac{dR}{dt} \right) \frac{P(R,t)}{\rho} + \frac{R}{\rho c} \frac{dP(R,t)}{dt}$$

$$P(R,t) = \left(p_\infty + \frac{2\sigma}{R_0} - p_v \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} + p_v - p_\infty - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\mu}{R} \frac{dR}{dt}$$

ここで、 μ は液体の粘性、 σ は表面張力、 p_v は水の蒸気圧、 p_∞ は無限遠での圧力、 ρ は液体の密度、 γ は気泡内部気体の比熱比、 R_0 は気泡初期半径、 R は気泡壁面変位、 t は時間を表している。この式において、駆動周波数を100[kHz]一定として、様々な駆動音圧と駆動サイクルでの R - t 曲線を計算し、2.0 [ms]の時間窓をかけて周波数分析を行った。

駆動サイクルと駆動音圧が気泡振動に与える影響の検討

駆動音圧 50[kPa] 気泡初期半径 50[μ m] 一定として、駆動サイクルを1, 10, 20[Cycle]及び連続波と変化させたときの気泡壁面の振動変位の周波数成分を Fig.1. に示す。駆動サイクルの増加に伴い、駆動周波数である100[kHz]の周波数成分が生じ出すことに気がつく。これは、駆動サイクルが少ないときには強制的な駆動をされずほと

んど気泡の自由振動となるため、駆動周期の周波数成分が存在せず気泡共振のみが存在することを意味している。次にこれらの条件に加えて、駆動音圧を変化させてみる。音圧を 10, 30, 50, 70 [kPa] と変化させたときの様子を Fig.2. に示す。駆動サイクルは代表として両極端の条件である 1[Cycle] 及び連続波の場合を示してある。この周波数分析結果からは、どちらの駆動サイクルにおいても音圧の上昇によって気泡の共振周波数である 65 [kHz] 付近における共振曲線の非対称性がみられる。すなわち、駆動サイクルにかかわらず音圧上昇に伴う共振周波数の低下が認められる。

2 倍周期振動の発生機構の検討

前述の結果から気泡振動に非線形性が生じ始める音圧 50[kPa] における気泡振動で、2 倍周期振動が発生する付近で気泡径を変化させた場合の様子を Fig.3. に示す。気泡初期半径 66[μm] にて 2 倍周期振動による周波数成分の大きなピークが見られる。連続波駆動で過渡応答を含めて分析を行うと、駆動力 f_D と気泡の共振 f_R の 2 つの大きな基本スペクトルが存在する。駆動力 f_D を固定し、気泡径を変化させると f_D は変化せず f_R の位置が変化する。 $f_R = f_D$ となる時が共振状態であり非常に大きな振動振幅となる。2 倍周期振動状態は $f_R = 1/2 f_D$ となるときに発生する現象であり、Q の高い気泡の共振がその発生に関与しているため共振と同様に特定の気泡径でのみ現象が表れる。しかしこの条件だけでは、気泡の共振とは異なる周波数の駆動力に対する応答が駆動力をも上回る大きな振動振幅を持つとは考えにくく、また共振が関与しているため特定の気泡径での発生は考えられても鋭敏な初期値依存性の説明にはならない。すなわち、2 倍周期振動は前述の $f_R = 1/2 f_D$ という条件だけで発生しているのではないといえる。この条件に加えて $f_R = f_D - f_R$ という条件、すなわち駆動力と気泡共振との差音成分が関与していると考えられる。2 つ目の条件の存在により、2 倍周期振動時の振動振幅は駆動力より大きな値を付加される。また、この際に 2 倍周期振動が鋭敏な初期値依存性をもつのは気泡共振の音圧上昇時にみられる非対称性が原因である。気泡の共振は音圧上昇により左右対称から左方向（共振周波数の低下方向）へずれを持つようになる。これが差音成分と合成されるときに 2 倍周期振動が生じるが、その際に、駆動力の周波数固定で気泡径が大きくなる方向で考えると、気泡非対称な共振曲線は左方向（周波数低下方向）へ、差音成分は右方向（周波数増加方向）へ進むため、ある気泡径で急激に 2 倍周期振動が生成されることになる。

まとめ

気泡の非線形挙動についてとくに 2 倍周期振動に着目し、計算によりその振動形態について過渡応答を取り入れて検討を行った。その結果、2 倍周期振動は気泡の強制駆動力と気泡共振との差音成分がその生成に大きく影響しているといえる。

参考文献

- 1) W.Lauterborn and U.Parlitz, "Method of chaos physics and their application to acoustics," J.Acoust. Soc. Am. **84**, 1975-1993(1988).
- 2) U.Parlitz, V.English, C.Scheffczyk and W.Lauterborn, "Bifurcation structure of bubble oscillations," J.Acoust. Soc. Am. **88**, 1061-1077 (1990).
- 3) W.Lauterborn: *Frontiers of Nonlinear Acoustics Proc. of 12th ISNA*, ed.M.F.Hamilton and D.T. Blackstock (Elsevier Science Publishers Ltd, London,1990), 64.

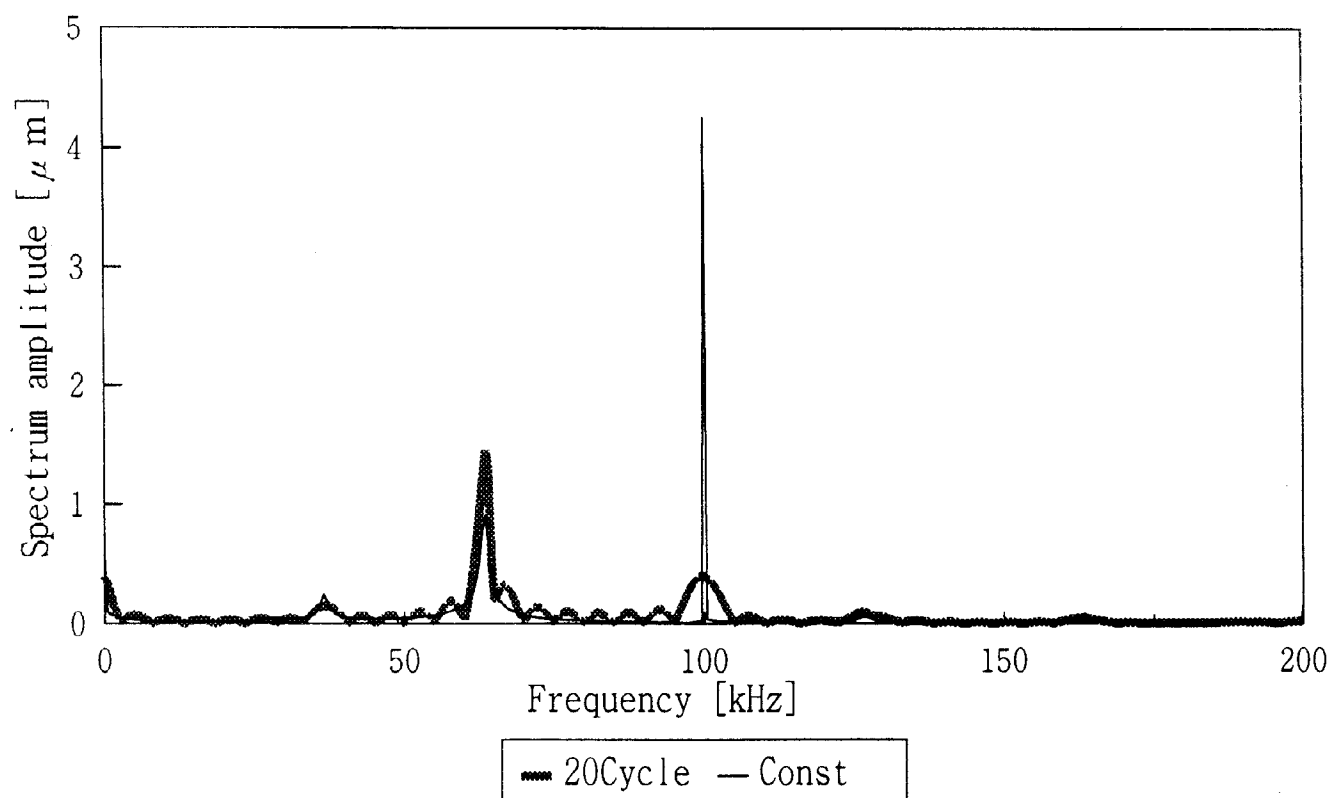
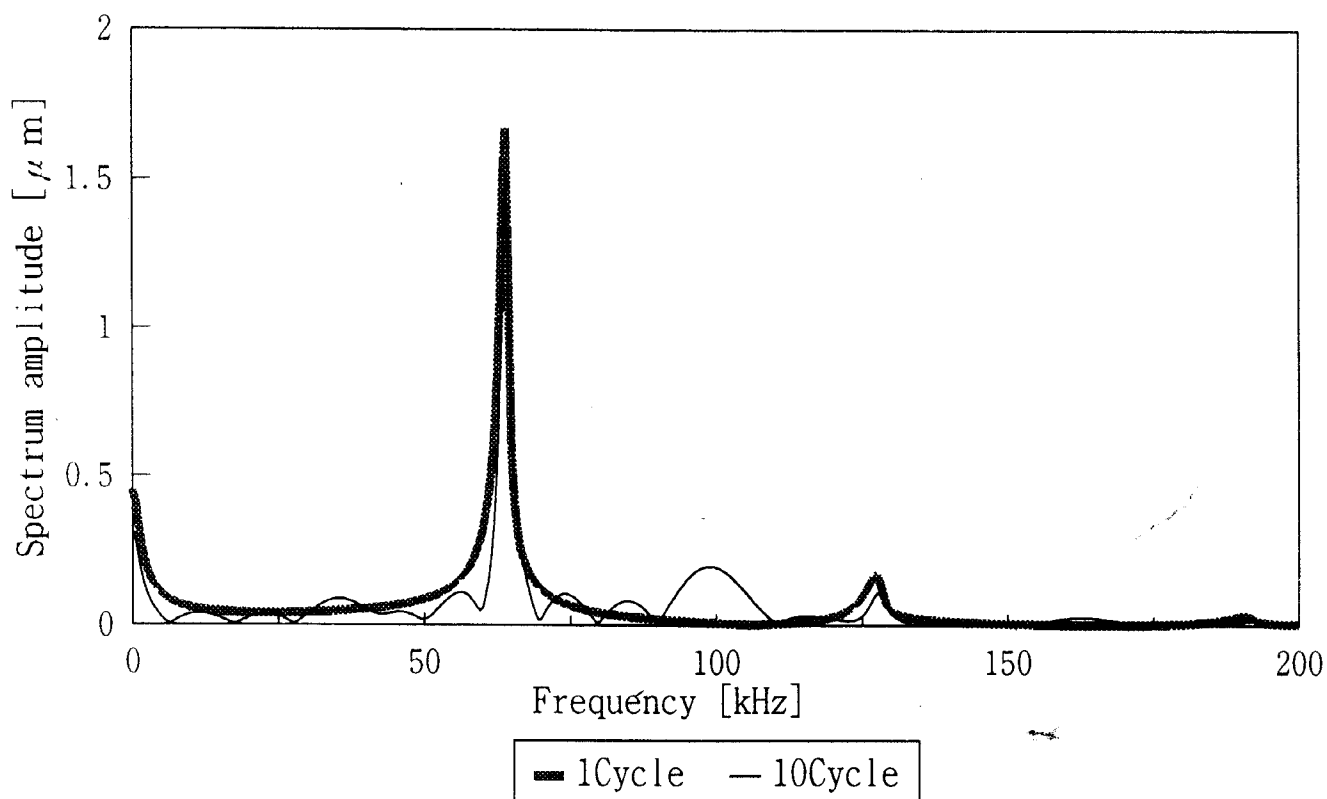
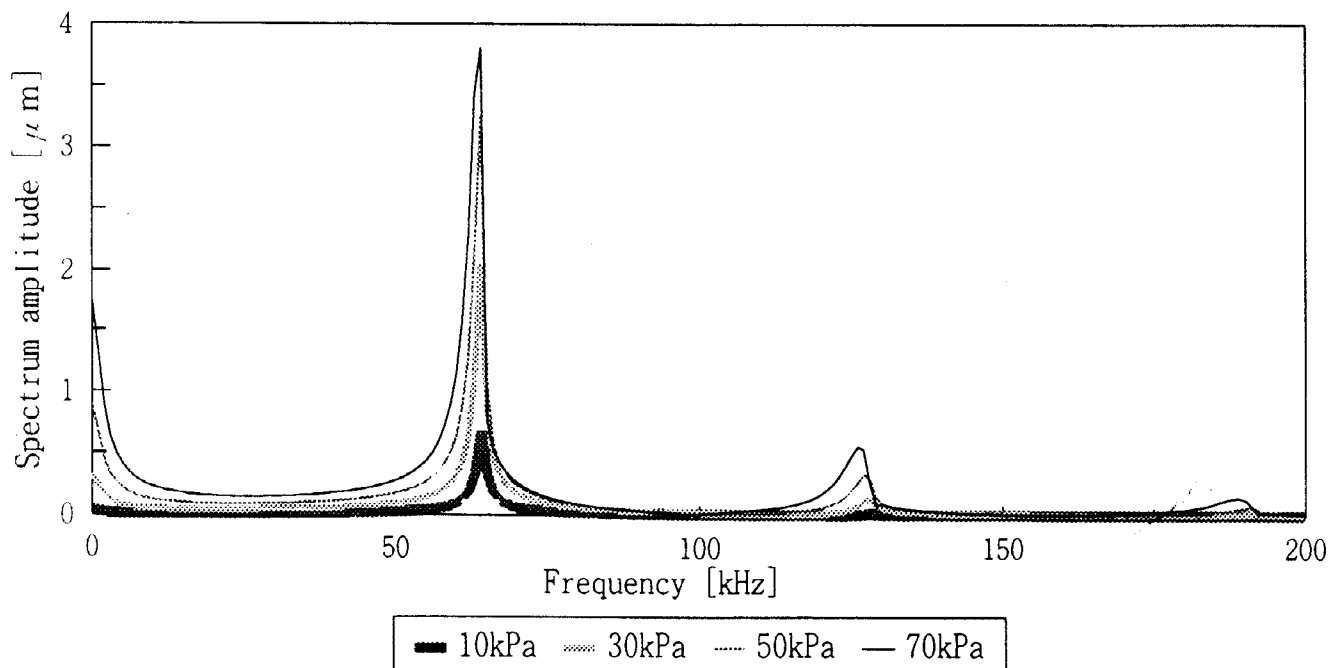
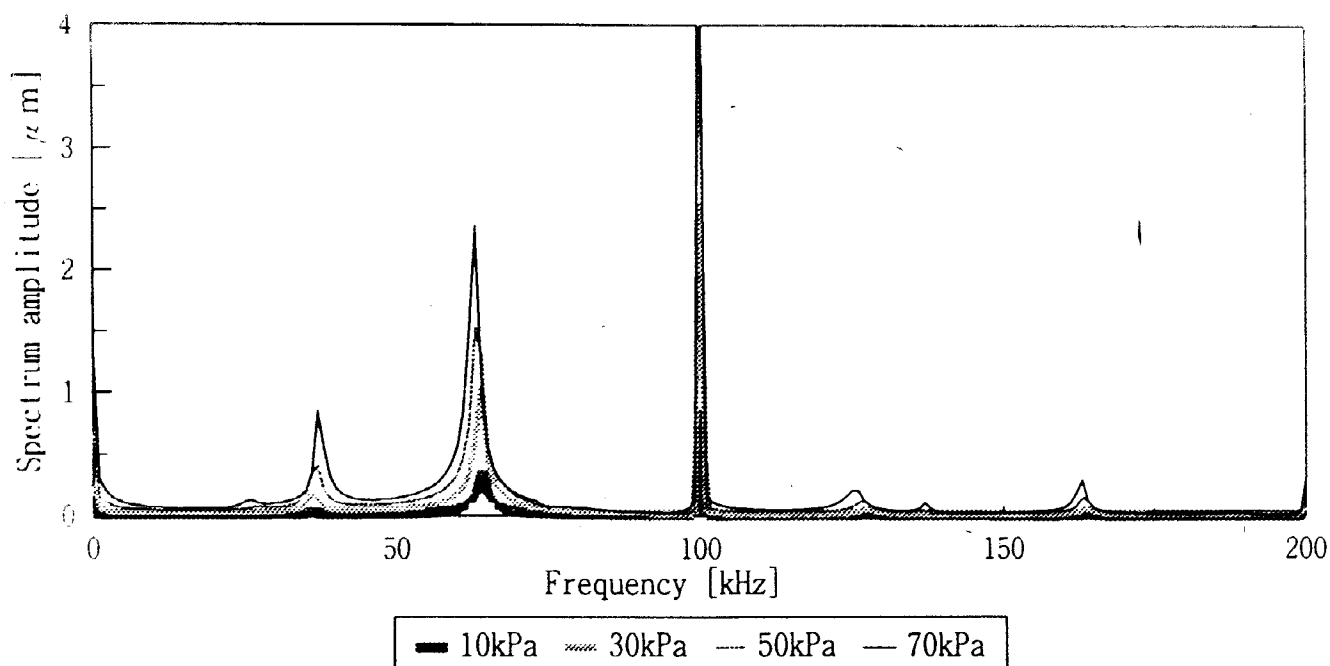


Fig.1 強制駆動のサイクル数と気泡振動成分の変化
(at 50[kPa] 100[kHz] 50[μm])



正弦波 1 波駆動における音圧上昇と共振低下の関係
(100[kHz] 50[μm])

共振 30% 低下



正弦連続波駆動における音圧上昇と共振低下の関係
(100[kHz] 50[μm])

Fig. 2 連続波駆動によって生じる差音・和音の発生

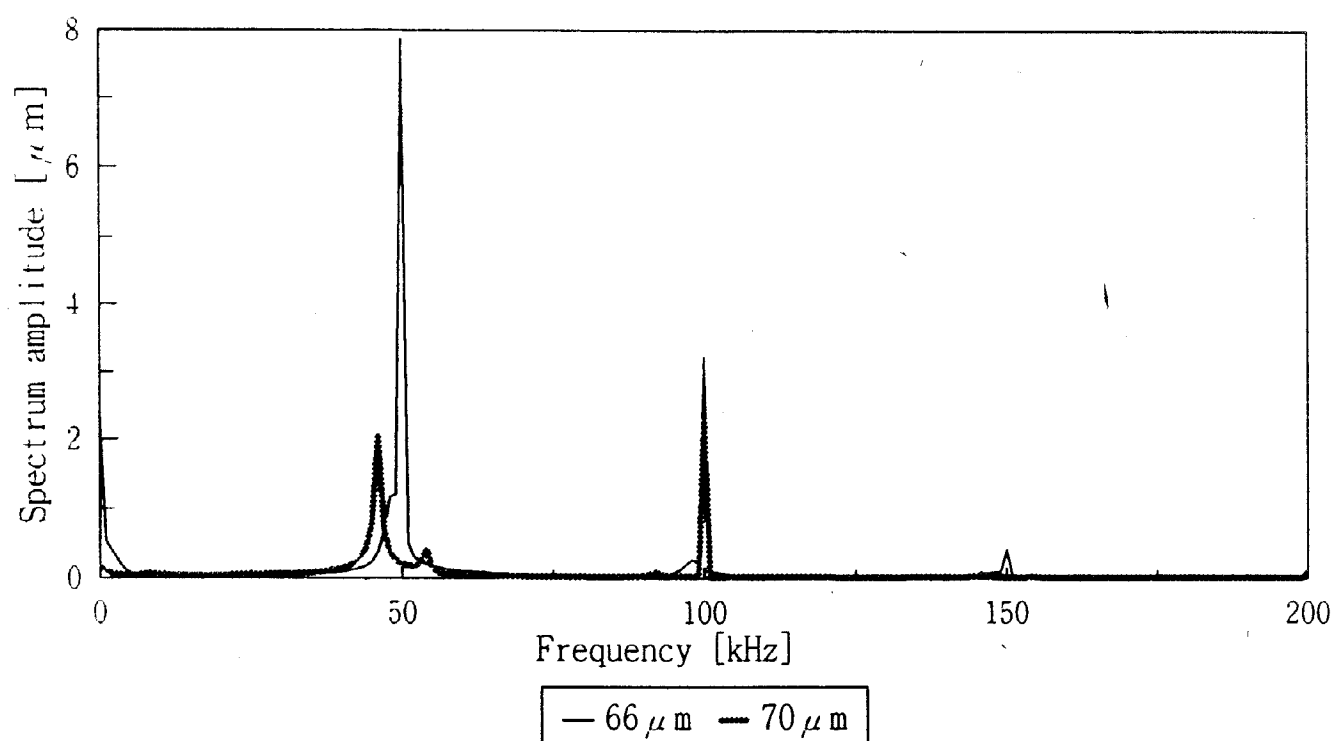
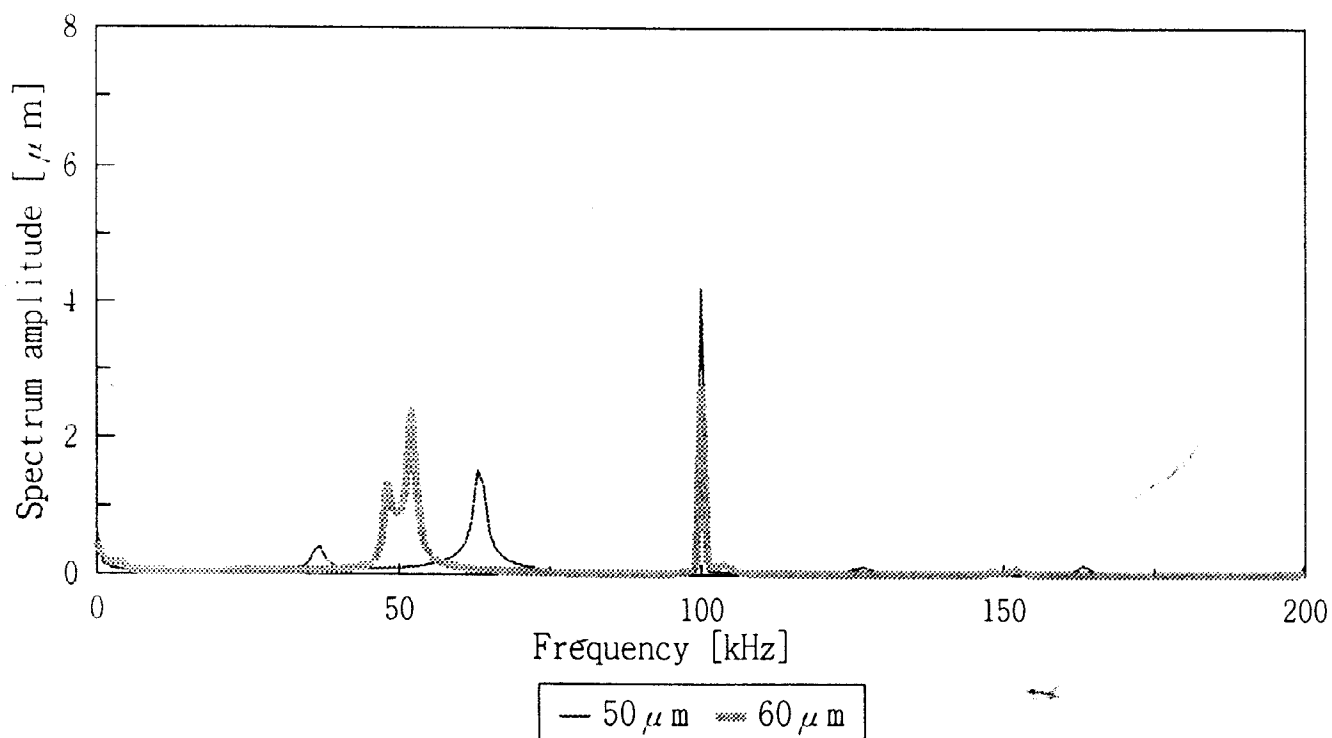


Fig 3 気泡径の変化に伴う 2 倍周期振動の発生
(50[kPa] 100[kHz])