

進行波音場内における気泡の動き*

野村 英之 鎌倉 友男 (電通大)

1. はじめに

音場中に周囲の媒質と音響インピーダンスの異なる物体を置くと、その物体に直流的な力が作用し、力の働く方向へ移動する。この力のことを音響放射力という。従来、音響放射力は、流体の持つ粘性を無視して扱われてきた^{1, 2)}。しかし、粘性による境界層の厚さ δ_b ($= \sqrt{2\nu/\omega}$, ω : 音波の角周波数, ν : 流体の動粘性率) が粒子径に比べ無視できなくなると、粘性の影響が何らかのかたちで現れてくると予想される。Yasuda and Kamakura は周波数 500kHz の定在波音場中におけるポリスチレン粒子に作用する音響放射力を測定し、粒径が $5\mu\text{m}$ 以下になると完全流体中における Yosioka and Kawasima の理論式²⁾ と合わなくなること示している³⁾。

本報告では粘性による境界層の影響が大きくなるであろう、比較的低周波の超音波を用いて、進行波音場中の気泡に作用する音響放射力の測定を行った。そして、従来、音波の伝搬方向へ作用すると考えられていた音響放射力が、気泡径が小さくなると音源方向へ働くことを確認した。さらに、その現象についてラグランジュ密度勾配によって説明を試みた。

2. 音場測定

音響放射力の測定を行うにあたって、まず音場の計測を行った。使用した音源は共振周波数 50kHz、直径 46mm の PZT 振動子をモールドした魚採用 (日本特殊陶業, BP-5050DRB/800) である。ファンクションジェネレータ (NF 回路設計ブロック, 1940) からの電気信号を電力増幅器 (KALMUS, 150C) で増幅して、振動子へ入力した。水槽は内寸 $720 \times 380 \times 425\text{mm}^3$ のガラス製水槽であり、内壁に吸音材を張り付け、水道水を満たしている。受波素子にはハイドロホン (B&K, 8103) を用いた。ハイドロホン出力信号はディジタルオシロスコープ (日立電子, VC-6165) を介してパーソナルコンピュータ (NEC, PC-9801 VX) へ取り込み、FFT 処理を行い、電圧値を音圧値に変換した。ハイドロホンは X-Y-Z ステージ (シグマ光機,

LTS-250, LTS-50) に取り付けられており、パーソナルコンピュータで位置制御が行われる。

Fig. 1 にその測定結果を示す。アンプへの入力信号は 50kHz, 200mV_{p-p}, 繰り返し周期 2.5ms, デューティ比 0.2 のトーンバースト波である。図中の (a) が伝搬特性, (b) がビームパターン特性 ($z=50, 100, 150, 200\text{mm}$) である。白丸, 黒丸が測定値を示しており、実

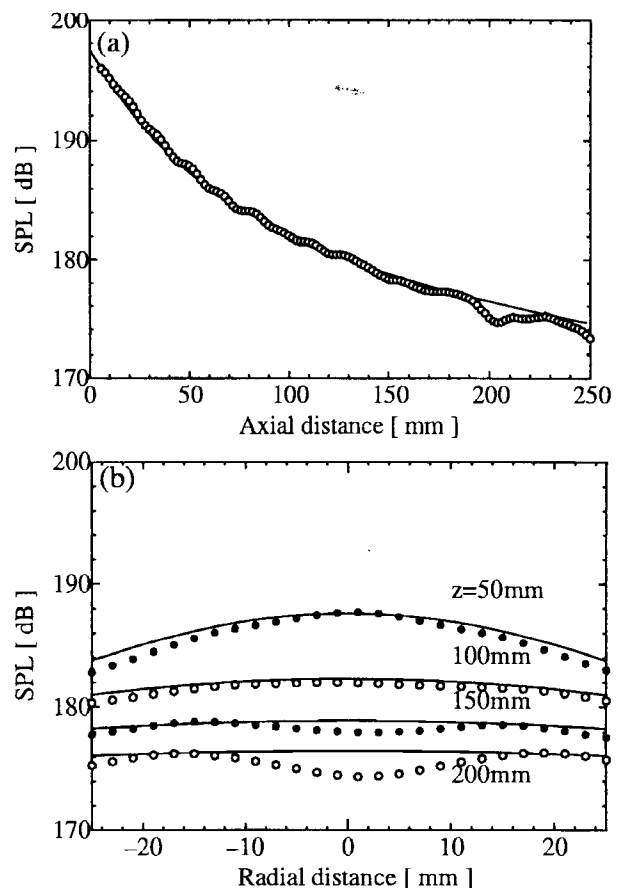


Fig. 1: Axial pressure amplitude (a) and beam patterns (b). Open and closed circles denote the experimental results and solid lines are the theoretical predictions.

線は音源半径 19mm, 音源面音圧振幅 10.9kPa を条件として、次式のレイリーの積分表示式⁴⁾を用いて行った計算の結果である。

$$\phi(x, y, z) = \iint_{S_0} v(x_0, y_0) \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} dx_0 dy_0 \quad (1)$$

$$p(x, y, z) = j\omega\rho_0\phi(x, y, z) \quad (2)$$

* Movement of bubbles in a progressive wave.
By Hideyuki Nomura and Tomoo Kamakura (The University of Electro-Communications).
E-mail: nomu@ohm.ee.uec.ac.jp

ただし, $\phi(x, y, z)$ はスカラーポテンシャル, $p(x, y, z)$ は音圧, $v(x_0, y_0)$ は音源面振動速度, r は音源面上面積素 $dx_0 dy_0$ と観測点 (x, y, z) との距離, S_0 は音源面開口面積, ρ_0 は流体密度, ω は音波の角周波数である。

伝搬特性, ビームパターン特性いずれも理論と測定値が一致している。ビームパターン特性での $z > 100\text{mm}$ の領域ではほぼ様な振幅を示しており, 平面波と考えられる。ただし, $z = 200\text{mm}$ では水槽壁等からの反射波の影響により, 測定値は理論に比べ低い値になっている。

3. 気泡に働く音響放射力の測定

気泡に作用する音響放射力の測定は Fig. 2 のような測定系を用いて, 以下のように行った。

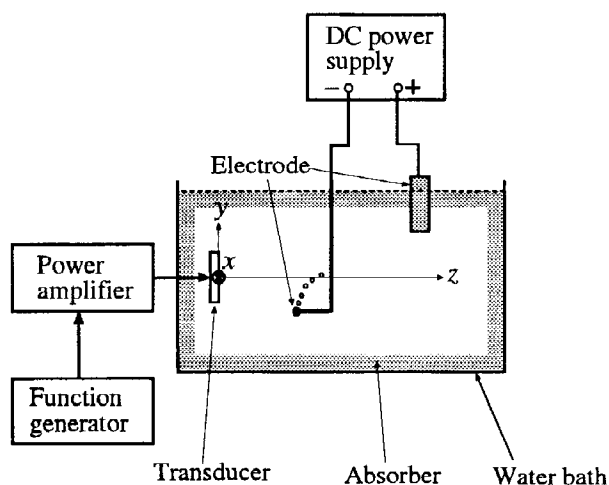


Fig. 2: Block diagram of the measurement system for acoustic radiation force on bubbles.

音源, 水槽は音場測定で用いたものと同じものである。水を電気分解する際に陰極から発生する水素を, 気泡として用いた。陰極として直径 0.3mm の白金線を, 音軸 (z 軸) の下 10mm の位置に垂直に固定した。音場内での気泡の運動をビデオカメラで撮影し, モニタ上でコマ送り再生しながらその上昇速度 u_b , および伝搬方向の移動速度 u_z を読みとり, 気泡半径, および音響放射力を求めた。

音場内で上昇していく半径 a の気泡には音響放射力 F_a , 浮力 F_b , および粘性による抗力 F_d が働く。気泡の移動速度を $\mathbf{u} (= \mathbf{u}_b + \mathbf{u}_z)$ とすると, 気泡の運動が定常状態に達しているとするならば, 上記 3 種の力には以下のような関係が成立する。

$$F_a + F_b + F_d = 0 \quad (3)$$

$$|F_b| = |F_d| \cos \theta \quad (4)$$

$$|F_a| = |F_d| \sin \theta \quad (5)$$

ただし, 速度 $\mathbf{u}$ は鉛直方向に対し角度 θ をなしており, また

$$|F_d| = \frac{1}{2} \rho_0 |\mathbf{u}|^2 \pi a^2 C_d \quad (6)$$

$$|F_b| = \frac{4}{3} \pi a^3 (\rho_0 - \bar{\rho}_0) g \quad (7)$$

である。ここで $\bar{\rho}_0$ は気泡内流体の密度, g は重力加速度, C_d は粘性抗力係数であり,

$$C_d = \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}) \quad (8)$$

と求められている⁵⁾。ただし, Re はレイノルズ数であり, 代表長さを気泡直径 $2a$ とすると, $Re = 2a|\mathbf{u}|/\nu_0$ (ν_0 : 周囲流体の動粘性率) である。したがって, u_b, u_z を求め, 式 (4)~(8) を用いることで, 気泡径, および音響放射力を決定できる。

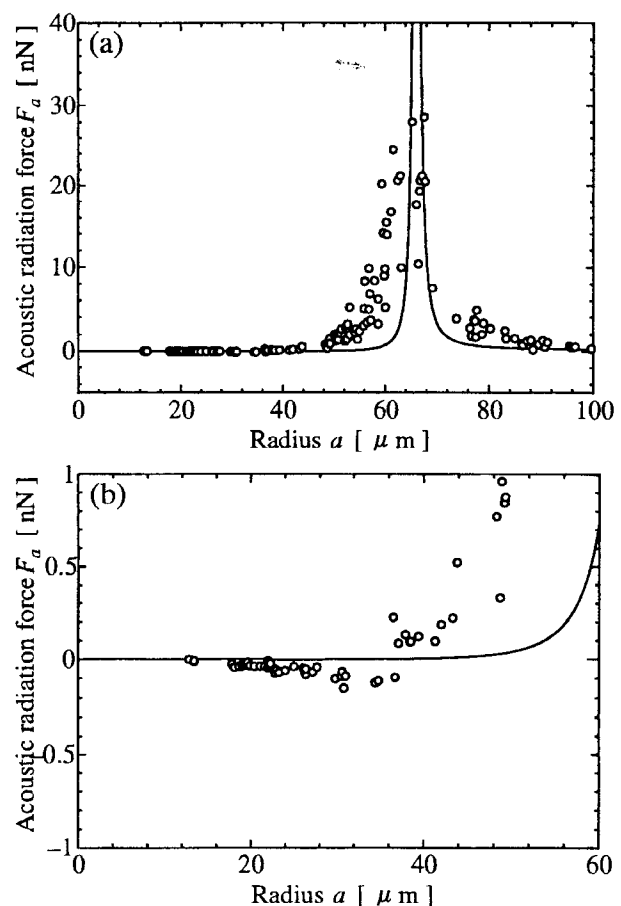


Fig. 3: Acoustic radiation force on bubbles. Figure (b) provides the same figure as (a) with the expanded coordinates. Open circles denote the experimental results and solid lines are the theoretical predictions.

Fig. 3 にその測定結果を示す。測定は, 音場測定結果から, 平面波とみなせるであろう $z = 100\text{mm}$ で行った。音波は周波数 50kHz, 繰り返し周期 2.5ms, デューティ比 0.2 のトーンバースト波であり, 測定点において音圧振幅は 3.5kPa であった。図中, 白丸が

測定値である。参考までに Doinikov が導いた粘性の効果を含めた、平面進行波音場中の気泡に作用する音響放射力⁶⁾の理論曲線を実線で表す。(b) は (a) の共振半径 ($\approx 65\mu\text{m}$) 以下を拡大したものである。

(a) を見るに、測定結果、および理論曲線共に共振特性が見られ、約 $65\mu\text{m}$ で共振半径をもつことが分かる。従来進行波音場中での音響放射力は、音波の伝搬方向へ働くと考えられていたが、(b) では約 $40\mu\text{m}$ 以下の気泡において、放射力の符号が負になり、音源方向へ運動することが確認された。放射力の値は異なるが、理論曲線も $a < 36\mu\text{m}$ で音響放射力が負になっている。

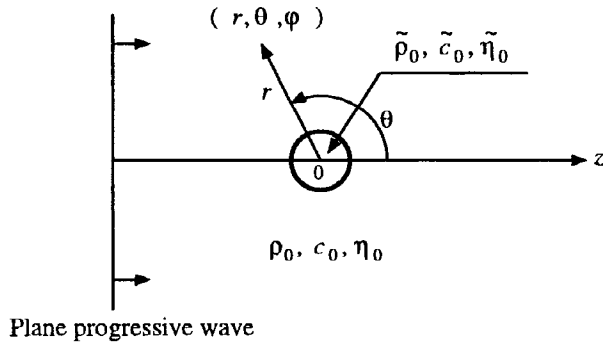


Fig. 4: Bubble in a plane progressive wave.

この音源方向へ気泡が運動する現象について、粘性流体中での気泡近傍の音場 (ラグランジュ密度) 勾配から音響放射力が働くとして説明を試みる。

Fig. 4 に示すように、密度 ρ_0 、音速 c_0 、ずり粘性率 η_0 の流体中に置かれた、内部流体の密度 $\tilde{\rho}_0$ 、音速 $\tilde{c}_0$ 、ずり粘性率 $\tilde{\eta}_0$ である気泡に平面進行波が入射する場合を考える。ただし条件として、音波の振幅が小さく、散乱は線形理論に従うとする。

入射音波を $+z$ 方向へ伝搬する平面進行波であるとすると、そのスカラーポテンシャル ϕ_i は

$$\phi_i = A e^{-jkz} \quad (9)$$

で表される。ここで、 A は振幅、 k は音波による波数 ($= \omega/c_0$, ω : 音波の角周波数) である。式 (9) を $A = 1$ として、極座標 (r, θ, φ) を用いて気泡の中心 $z = 0$ で展開すると

$$\phi_i = \sum_{n=0}^{\infty} A_n j_n(kr) P_n(\cos \theta) \quad (10)$$

となる。ただし、 $j_n(\cdot)$ は球ベッセル関数、 $P_n(\cdot)$ はルジャンドル関数、 $A_n = (-j)^n (2n+1)$ である。このとき $z = 0$ に置かれた気泡からの散乱波のスカラーポテンシャル ϕ_s は

$$\phi_s = \sum_{n=0}^{\infty} A_n B_n h_n^{(2)}(kr) P_n(\cos \theta) \quad (11)$$

と表される。ここで、 $h_n^{(2)}(\cdot)$ は第 2 種球ハンケル関数、 B_n は境界条件によって決定される定数である。よって、式 (10), (11) から、外部流体中でのスカラーポテンシャル ϕ は

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_i + \phi_s \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n \left\{ j_n(kr) + B_n h_n^{(2)}(kr) \right\} P_n(\cos \theta) \end{aligned} \quad (12)$$

と表される。また、外部流体中でのベクトルポテンシャル Ψ は

$$\Psi = e_\varphi \sum_{n=1}^{\infty} A_n C_n h_n^{(2)}(k_v r) P_n^{(1)}(\cos \theta) \quad (13)$$

である。ここで、 e_φ は φ 方向単位ベクトル、 C_n は境界条件によって決定される定数、 $P_n^{(1)}(\cdot)$ はルジャンドル陪関数、 k_v は粘性境界層 $\delta_v (= \sqrt{(2\eta_0)/(\rho_0\omega)})$ による波数 ($= (1-j)/\delta_v$) である。式 (12), (13) を用いると、外部流体中での粒子速度 $\mathbf{v}$ は次のようになる。

$$\mathbf{v} = -\nabla \phi + \nabla \times \Psi \quad (14)$$

次に内部流体でのスカラーポテンシャル $\tilde{\phi}$ 、ベクトルポテンシャル $\tilde{\Psi}$ 、粒子速度 $\tilde{\mathbf{v}}$ を表すと

$$\tilde{\phi} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \tilde{B}_n j_n(\tilde{k}r) P_n(\cos \theta) \quad (15)$$

$$\tilde{\Psi} = e_\varphi \sum_{n=1}^{\infty} A_n \tilde{C}_n j_n(\tilde{k}_v r) P_n^{(1)}(\cos \theta) \quad (16)$$

$$\tilde{\mathbf{v}} = -\nabla \tilde{\phi} + \nabla \times \tilde{\Psi} \quad (17)$$

である。ここで $\tilde{k}$, $\tilde{k}_v$ は内部流体中の音波による波数、粘性境界層による波数であり、その定義は外部流体の場合と同じである。また、 $\tilde{B}_n$, $\tilde{C}_n$ は境界条件で決定される定数である。

境界条件は気泡表面 $r = a$ で粒子速度の連続性、応力の釣合を考え

$$\mathbf{v} = \tilde{\mathbf{v}} \quad (18)$$

$$\sigma_{rr} - p_{st} - P_0 = \tilde{\sigma}_{rr} - \tilde{P}_0 \quad (19)$$

$$\sigma_{r\theta} = \tilde{\sigma}_{r\theta} \quad (20)$$

である。ここで p_{st} は表面張力、 P_0 , $\tilde{P}_0$ は外部、および内部流体の静圧、 σ_{rr} , $\tilde{\sigma}_{rr}$ は外部、および内部において r 軸に垂直な面に働く r 軸方向の応力成分、 $\sigma_{r\theta}$, $\tilde{\sigma}_{r\theta}$ は同じく r 軸に垂直な面に働く θ 軸方向の応力成分である。

境界条件式 (18)~(20) を考慮し、定数 B_n , C_n , $\tilde{B}_n$, および $\tilde{C}_n$ を決定し、気泡近傍の音場の計算を行う。

ここで、ラグランジュ密度 $\mathcal{L}$ を求める。ラグランジュ密度は運動エネルギー密度 E_k とポテンシャルエネルギー密度 E_p の差として定義され、その時間平均は

$$\begin{aligned}\langle \mathcal{L} \rangle &= \langle E_k - E_p \rangle \\ &= \langle E_k \rangle - \langle E_p \rangle\end{aligned}\quad (21)$$

$$E_k = \frac{\rho_0 \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}{2} \quad (22)$$

$$E_p = \frac{\rho_0 k^2 \phi^2}{2} \quad (23)$$

となる。ただしここで $\langle \cdot \rangle$ は時間平均を表す。

Fig. 5 に計算結果を示す。微小気泡の場合に、音源側へ移動する現象が確認されたことから、計算は周波数 50kHz、気泡半径 $10\mu\text{m}$ 、計算領域 $50 \times 50\mu\text{m}^2$ で行った。外部流体を水、気泡内部流体を水素とした。図中、縦軸はラグランジュ密度 $\langle \mathcal{L} \rangle$ を、入射平面進行波の運動エネルギー密度 (もしくはポテンシャルエネルギー密度、平面進行波の場合はどちらも同じ値をとる) で規格化した値を示している。(a) が完全流体 (粘性無視)、(b) が粘性流体 (粘性考慮) とした場合である。図中の中央部分 (気泡内部) の値が描かれていないが、微小気泡の場合、気泡外部と比較し、内部のラグランジュ密度は絶対値が大きく、また負の値 (約 -10^3) を持つためにここでは表示の都合上、省略した。

完全流体 (a) の場合、気泡の前後でラグランジュ密度は後方 (音源側) が約 $5 \times 10^{-3}\%$ ほど高く、音響放射力としては音波の伝搬方向 (+z 方向) へ働く。一方、粘性流体 (b) の場合、約 10% ほど前方が高くなっており、音源側 (-z 方向) へ音響放射力が働く。ここでは $a = 10\mu\text{m}$ の場合について示したが、気泡径を問わず、完全流体中では気泡の後方の方がラグランジュ密度が高く、+z 方向へ音響放射力が働く。しかし、粘性流体中では気泡径が小さくなると前方のラグランジュ密度が高くなり、その結果 -z 方向へ音響放射力が働くと思われる。また、このような完全流体と、粘性流体の音場の違いは気泡極近でのみ生じ、十分遠方ではその差は生じない。

4. まとめ

従来、進行波音場中では音波の伝搬方向へ働くと考えられていた音響放射力であるが、今回の気泡を用いた実験により、微小気泡では音源方向へ働くことが示された。また、その説明として粘性を考慮した気泡近傍の音場 (ラグランジュ密度) を計算し、微小気泡においては前方での値が高くなり、その結果音源側へ音響放射力が作用することを説明した。

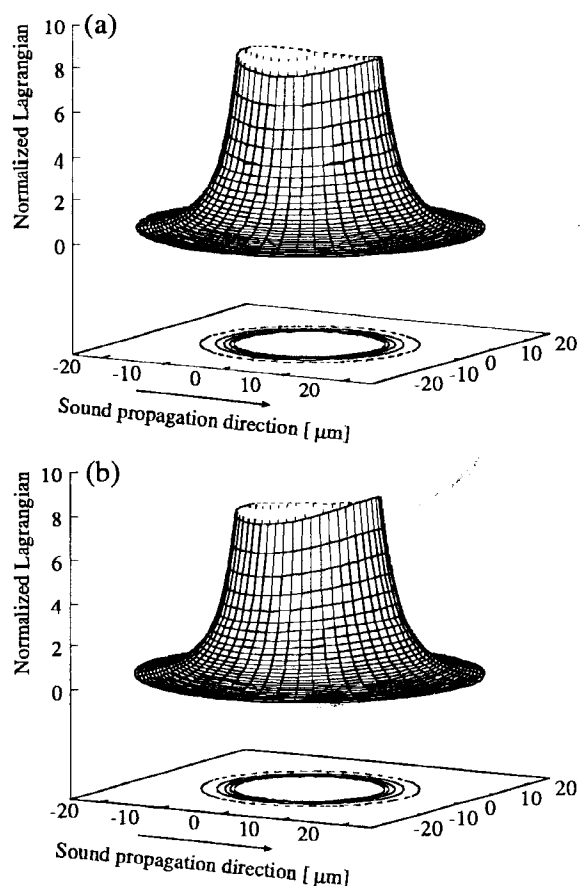


Fig. 5: Sound energy in the vicinity of a small bubble. In an inviscid fluid (a), and in a viscous fluid (b).

参考文献

- 1) L. V. King, "On the acoustic radiation pressure on spheres," Proc. Roy. Soc. Lond. A **147**, 212-240 (1934).
- 2) K. Yosioka and Y. Kawasima, "Acoustic radiation pressure on a compressible sphere," Acustica **5**, 167-173 (1955).
- 3) K. Yasuda and T. Kamakura, "Acoustic radiation force on micrometer-size particles," Appl. Phys. Lett. **71**, 1771-1773 (1997).
- 4) 鎌倉 友男, 非線形音響学の基礎 (愛智出版, 東京, 1996), 第2章.
- 5) 富山 明男, 片岡 勲, 坂口 忠司, "気泡の抗力係数に関する研究 (第1報, 静止液中単一気泡の抗力係数)," 機論 C **61**, 2357-2364 (1995).
- 6) A. A. Doinikov, "Acoustic radiation pressure on a compressible sphere in a viscous fluid," J. Fluid Mech. **267**, 1-21 (1994).